

نوبل

نام امتحان :

تاریخ امتحان :

مدت زمان امتحان :

شماره صندلی :

نام :

نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : کلاس :

ردیف	سوالات	نمره
۱	قضیه : ثابت کنید اندازه زاویه محاطی نصف کمان روبرو به آن است. (حالتی که یک ضلع زاویه قطر دایره باشد)	۱/۲۵
۲	قضیه : در یک دایره دو وتر AB , CD همدیگر را در نقطه M داخل دایره قطع کرده اند، ثابت کنید: $MA.MB=MC.MD$	۱/۲۵
۳	قضیه : یک چهارضلعی محیطی است، اگر مجموع اندازه های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه های دو ضلع دیگر باشند.	۱/۵
۴	یک دوزنقه هم محیطی است هم محاطی. ثابت کنید مساحت این دوزنقه برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آنها.	۱/۵
۵	اگر شعاعهای سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد، نشان دهید: $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$	۱
۶	X , y را بیابید:	۱
۷	اگر شعاع دایره $R = 4\text{ cm}$, $\widehat{AOB} = 60^\circ$ باشد، مساحت قسمت خاکستری را بیابید.	۱/۲۵
۸	اگر r شعاع دایره محاطی داخلی مثلث ABC و S مساحت مثلث و $2P$ محیط مثلث باشد، ثابت کنید: $r = \frac{S}{p}$	۱/۲۵
۹	ثابت کنید قطر عمود بر وتر، آن وتر و کمان نظیر آن وتر را نصف می کند.	۱/۵
۱۰	ثابت کنید اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره $C(O, R)$ بر حسب درجه مساوی θ باشد، مساحت قطاع برابر با $S = \frac{\pi R^2}{360} \theta$	۱
۱۱	وتر دلخواه AB را درون $C(O, R)$ رسم کرده ایم. از نقطه P واقع بر کمان $\widehat{AB}$ که $\widehat{AP} = \widehat{PB}$ دو وتر دلخواه PC و PD را رسم کرده تا وتر AB را در M و N قطع کند. ثابت کنید چهار ضلعی $MNCD$ محاطی است.	۱/۵
۱۲	قضیه : در هر تبدیل طولیا، تبدیل یافته هر زاویه، زاویه ای هم اندازه آن است.	۱/۲۵
۱۳	قضیه : ثابت کنید بازتاب مرکزی طولیاست.	۱/۲۵
۱۴	دو خط متقاطع d_1 , d_2 با هم زاویه θ می سازند که محل تلاقی دو خط را O می نامیم. بازتاب نقطه A نسبت به خط d_1 را B و بازتاب B نسبت به خط d_2 را C می نامیم. ثابت کنید C دوران نقطه A به مرکز O و تحت زاویه 2θ است.	۱/۵
۱۵	تعریف کنید: الف) طولیا ب) انتقال	۱

۱	در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد. ثابت کنید اگر $\hat{A}\hat{B}$ بازتاب AB باشد. $\hat{A}\hat{B}$, AB هم اندازه اند.	۱۶
---	--	----

موفق باشید

نوبل

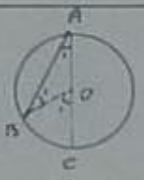
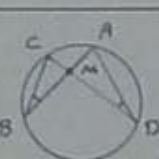
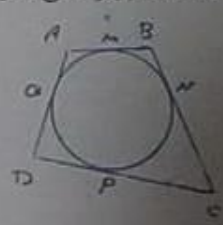
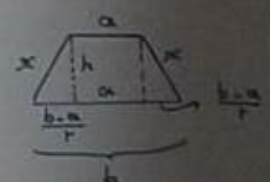
نام :
نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : کلاس :

شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

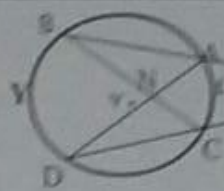
نام امتحان :

نمره	سوالات	
۱/۲۵	قضیه : ثابت کنید اندازه زاویه محاطی نصف کمان روبرو به آن است (حالتی که یک ضلع زاویه قطر دایره باشد)  $OA = OB = R \Rightarrow \angle A_1 = \angle B_1 \quad (1)$ $\Delta OAB : \angle O_1$ خارجی $\Rightarrow \angle A_1 + \angle B_1 = \angle O_1$ $\stackrel{(1)}{\Rightarrow} 2\angle A_1 = \angle O_1 \Rightarrow \angle A_1 = \frac{1}{2} \angle O_1$ الف $\angle DAC = \frac{1}{2} \widehat{BC}$ ج $\angle BAC = \frac{1}{2} \widehat{BC}$	۱
۱/۲۵	قضیه : در یک دایره دو وتر AB, CD همدیگر را در نقطه M داخل دایره قطع کرده اند، ثابت کنید $MA \cdot MB = MC \cdot MD$  $\angle B_1 = \angle D_1 = \frac{1}{2} \widehat{AC}$ $\angle M_1 = \angle M_2$ متقابل $\Rightarrow \Delta BMC \sim \Delta DMA$ (زاویه ها برابرند) الف وتر AB, CD ج $MA \cdot MB = MC \cdot MD$ $\frac{MB}{MD} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MA \cdot MB = MC \cdot MD$	۲
۱/۵	قضیه : یک چهارضلعی محیطی است، اگر مجموع اندازه های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه های دو ضلع دیگر باشند.  الف محیطی ABCD ۲ $AB + CD = AD + BC$ $AM = AN$ (مماسها برابرند) $MB = BN$ $CP = CN$ $DP = DN$ $AM + MB + CP + PD = AN + BN + NC + ND$ $AB + CD = AD + BC$	۳
۱/۵	یک ذوزنقه هم محیطی است هم محاطی. ثابت کنید مساحت این ذوزنقه برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آنها.  الف $ABCD$ هم محاطی ج هم محیطی $2x = a + b \Rightarrow x = \frac{a+b}{2}$ $h^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b-a}{2}\right)^2 = ab \Rightarrow h = \sqrt{ab}$ $S = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{a+b}{2} \cdot \sqrt{ab}$ ۲ اگر $\frac{a+b}{2} \sqrt{ab}$	۴

اگر r_a, r_b, r_c شعاعهای سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد، نشان دهید: $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{\frac{S}{p-a}} + \frac{1}{\frac{S}{p-b}} + \frac{1}{\frac{S}{p-c}} = \frac{p-a}{S} + \frac{p-b}{S} + \frac{p-c}{S} = \frac{p-a+p-b+p-c}{S}$$

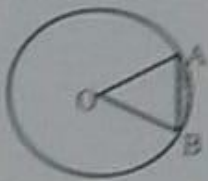
$$= \frac{3p-(a+b+c)}{S} = \frac{3p-2p}{S} = \frac{p}{S} = \frac{\frac{2S}{r}}{S} = \frac{1}{r}$$



اگر X, Y را بیابید

$$Y = \frac{r_0 + x}{r} \quad \text{و} \quad r_0 + x = 16 \rightarrow x = 10$$

$$x = \frac{Y - r_0}{r} = \frac{10 - 6}{r} = \frac{4}{r} = r_0$$



اگر شعاع دایره $R = 4 \text{ cm}$ ، $\angle AOB = 60^\circ$ باشد، مساحت قسمت خاکستری را بیابید.

$$S_{\text{شماره}} = S_{\text{شماره}} - S_{\text{شماره}} = \frac{\pi (R)^2}{4} \times 40 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{14\pi}{4} - 8 \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{A}{4} \pi - 2\sqrt{3}$$

اگر r شعاع دایره محاطی داخلی مثلث ABC ، مساحت مثلث و r محیط مثلث باشد، ثابت کنید: $r = \frac{S}{p}$

$$\frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr = S$$

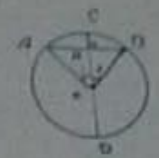
$$\frac{1}{2}r(a+b+c) = S$$

$$\frac{1}{2}r \times 2p = S \rightarrow rp = S \rightarrow r = \frac{S}{p}$$



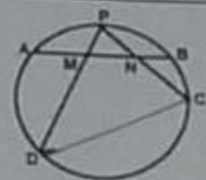
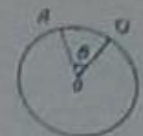
$\angle HEC = \angle HED$
 $\angle CDE = \angle EDO$
 $\angle AHE = \angle BHE$
 $\angle ACE = \angle BCE$

ثابت کنید قطر عمود بر وتر، آن وتر را نصف می کند
 بهایست چنانچه این
 چنانچه اگر ارتفاع را بر وتر عمود
 $\triangle OAB = \triangle OBA \Rightarrow OA = OB$
 $\triangle HLA \cong \triangle HLB \Rightarrow HL \perp AB$
 OH میانه $\Rightarrow AH = BH$
 OH میانه $\Rightarrow \angle O_1 = \angle O_2 \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BC}$



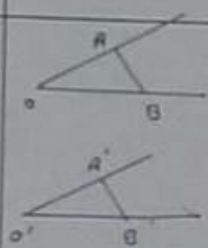
ثابت کنید اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره $C(O, R)$ بر حسب درجه مساوی θ باشد، مساحت قطاع برابر با $S = \frac{\pi R^2}{360} \theta$

$\frac{360^\circ}{\theta} = \frac{\pi R^2}{S} \Rightarrow 360^\circ \cdot S = \pi R^2 \cdot \theta \Rightarrow S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \theta$

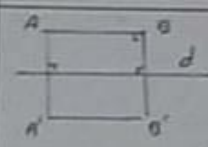


وتر دلخواه AB را درون $C(O, R)$ رسم کرده ایم
 از نقطه P واقع بر کمان $\widehat{AB}$ که $\widehat{AP} = \widehat{PB}$
 دو وتر دلخواه PC و PD را رسم کرده تا وتر AB را در M و N قطع کند
 ثابت کنید چهار ضلعی MNCD محاطی است

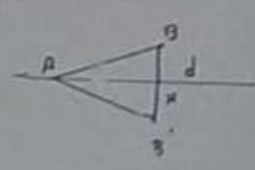
$\angle M + \angle C = \frac{\widehat{BD} + \widehat{AP}}{2} + \frac{\widehat{PD} + \widehat{AD}}{2} = \frac{\widehat{BD} + \widehat{PD} + \widehat{AD}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$
 بنابراین $\angle M + \angle C = 180^\circ$ پس چهارضلعی MNCD محاطی است



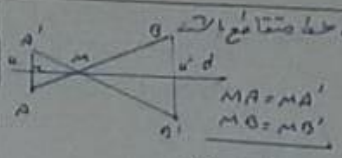
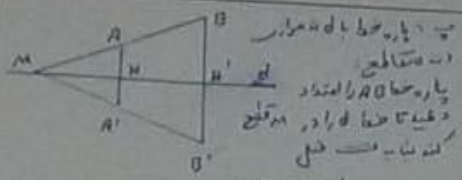
قضیه در هر تبدیل طولی، تبدیل یافته هر زاویه، زاویه ای هم اندازه آن است
 فرض کنید زاویه $\angle AOB$ تحت تبدیل طولی T زاویه $\angle A'O'B'$ تصویر شده باشد
 چنانچه $T(A)=A', T(O)=O', T(B)=B'$ چون تبدیل طولی است
 $\begin{cases} AB = A'B' \\ OB = O'B' \\ OA = O'A' \end{cases}$
 در نتیجه بنابر حالت (ص من من) $\angle AOB = \angle A'O'B'$



ابتدا $AB \parallel d$
 پس $AB \parallel A'B'$
 در نتیجه $ABA'B'$ مستطیل
 مستطیل $\Rightarrow$ در نتیجه $AB = A'B'$



قضیه ثابت کنید بازتاب مرکزی طولی است
 به این معنی که هر خط d بازتاب خود را بر روی خط d بازتاب می دهد
 اگر $T(A) = A$ و $T(B) = B'$ پس $AB = A'B'$
 چنانچه d هر دو ضلع AB و $A'B'$ است



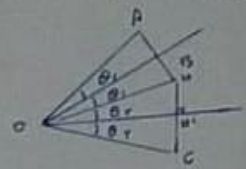
منجس قتل

$$MB = MB' \\ MA = MA' \\ MB - MA = MB' - MA' \rightarrow AB = A'B'$$

$$MA = MA' \\ MB = MB' \\ MA + MB = MA' + MB' \\ AB = A'B'$$

دو خط متقاطع d_1 , d_2 با هم زاویه θ می سازند که محل تلاقی دو خط را O می نامیم. بازتاب نقطه A نسبت به خط d_1 را B و بازتاب B نسبت به خط d_2 را C می نامیم. ثابت کنید دوران نقطه A به مرکز O و تحت زاویه 2θ است.

$$B = R_{\theta_1}^A \Rightarrow \begin{cases} OA = OB \\ \angle \theta_1 = \angle \theta_2 \end{cases} \\ C = R_{\theta_2}^B \Rightarrow \begin{cases} OB = OC \\ \angle \theta_2 = \angle \theta_1 \end{cases} \Rightarrow OA = OB = OC \quad (1)$$



$$\angle AOC = \angle \theta_1 + \angle \theta_2 = 2(\theta_1 + \theta_2) = 2\theta \quad (2)$$

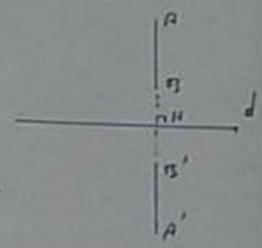
$$(1), (2) \rightarrow C = R_{2\theta}^A$$

۱۴

تعریف کنید الف) طولها به شدت می شود که طول پاره خط را حفظ کند
ب) انتقال انتقال T تحت بردار $\vec{v}$ تبدیل از صفحه است که هر نقطه P از صفحه را به نقطه P' می برد که $\vec{PP'} = \vec{v}$ باشد.

در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد. ثابت کنید اگر $\hat{A}\hat{B}$ بازتاب AB باشد $AB, \hat{A}\hat{B}$ هم اندازه اند.

$$S_d^{(A)} = A' \rightarrow AH = A'H \\ S_d^{(B)} = B' \rightarrow BH = B'H \\ AH - BH = A'H - B'H \\ AB = A'B'$$



۱۶

موفق باشید