



نام :
نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : کلاس :

نوبل

نام امتحان : تاریخ امتحان: مدت زمان امتحان : شماره صندلی :

ردیف	سؤالات	نمره																									
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) $\{a,b\}$ و $\{c,d,e\}$ و $\{e\}$ ، یک افراز برای مجموعه $\{a,b,c,d,e\}$ است. ب) اگر $A \subseteq \emptyset$ باشد، آنگاه $A = \emptyset$ است. پ) اگر $A \subseteq U$ باشد، آنگاه $A = U$ است. ت) اگر A یک مجموعه n عضوی باشد مجموعه $P(P(A))$ دارای 2^{2^n} عضو است.	۱																									
۱/۵	جدول ارزش گزاره های زیر را برای گزاره $(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$ کامل کنید. <table border="1"><thead><tr><th>p</th><th>q</th><th>$\sim p$</th><th>$\sim p \Rightarrow q$</th><th>$(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$</th></tr></thead><tbody><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></tbody></table>	p	q	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$	$(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$																					۲
p	q	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$	$(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$																							
۱/۵	ارزش گزاره سوری روبرو را تعیین کنید و نقیض آن را بنویسید. $\forall x \in \mathbb{R}; (x^2 + 1 \neq 0) \wedge (x - 2 \geq 1)$	۳																									
۰/۷۵	الف) نقیض گزاره "به ازای هر عدد طبیعی n ، اگر n زوج باشد؛ آنگاه $n^2 + 1$ فرد است" چیست؟ ب) نشان دهید: $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)] \Leftrightarrow \sim p$	۴																									

۱	۵	مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ الف) برای این مجموعه دو افراز متفاوت بنویسید. ب) این مجموعه چند افراز سه مجموعه ای دارد؟
۱/۵	۶	با کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: الف) $(A \cap B) - (A \cap C) = A \cap (B - C)$ ب) $(A \cup B) \cap (C - A)' = (B - C) \cup A$
۰/۷۵	۷	ثابت کنید برای هر دو مجموعه دلخواه با مجموعه مرجع U داریم: $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$
۱	۸	اگر $A = \{1, 4\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$ مجموعه $A \times B$ را با نشان دادن اعضا مشخص کنید.
صفحه ۲ از ۴		

۹	اگر $A = [-1, 3]$, $B = [1, +\infty)$ نمودارهای $A \times B$ و A^c را رسم کنید.	۱
۱۰	از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ عددی به تصادف انتخاب میکنیم. احتمال اینکه بر ۴ بخشپذیر باشد اما بر ۷ بخشپذیر نباشد؟	۱/۵
۱۱	اگر A, B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $P(A - B) = \frac{2}{3}$, $P(A') = \frac{1}{4}$ باشند در این صورت $P(A' \cup B')$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۲	تاسی را پی در پی پرتاب میکنیم احتمال اینکه در حداکثر ۳ پرتاب به نتیجه برسیم تا برای اولین بار ۶ بیاید چقدر است؟	۱

۱/۵	۱۳ در یک تجربه تصادفی $S = \{a, b, c, d\}$ و $P(a), P(b), P(c), P(d)$ یک دنباله حسابی با قدر نسبت $\frac{1}{8}$ درست کرده اند. احتمال وقوع b یا c چقدر است؟	۱۳
۱	۱۴ در پرتاب دو تاس متمایز، دو پیشامد به شرح زیر تعریف می کنیم: A: حاصل ضرب اعداد رو شده برابر ۶ باشد. B: یکی از اعداد رو شده ۳ و دیگری زوج باشد. احتمال اینکه حداقل یکی از این دو پیشامد رخ دهد چقدر است؟	۱۴
۱/۵	۱۵ اگر احتمال پیروزی تیم a دو برابر احتمال پیروزی تیم b و احتمال پیروزی تیم b $\frac{1}{3}$ احتمال پیروزی تیم c باشد احتمال برد هر یک را محاسبه کنید.	۱۵
صفحه ۴ از ۴		

نام امتحان :

تاریخ امتحان:

مدت زمان امتحان :

شماره صندلی :

نام :

نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : کلاس :

درستی یا نادرستی عبارات

الف) $\{a, b\}$ و $\{c, d, e\}$ و $\{e\}$ ، یک افراز برای مجموعه ی $\{a, b, c, d, e\}$ است. **درست**

ب) اگر $A \subseteq \emptyset$ باشد، آنگاه $A = \emptyset$ است. **درست**

پ) اگر $A \subseteq U$ باشد، آنگاه $A = U$ است. **نادرست**

ت) اگر A یک مجموعه n عضوی باشد مجموعه ی $P(P(A))$ دارای 2^{2^n} عضو است. **درست**

جدول ارزش گزاره برای گزاره $p \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q)$

p	q	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$	$(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	د	د
ن	د	د	د	ن
ن	ن	د	ن	د

ارزش گزاره سوری روبرو و نقیض آن

$$\forall x \in \mathbb{R}; (x^2 + 1 \neq 0) \wedge (|x - 2| \geq 1)$$

نادرست

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x^2 + 1 = 0) \vee (|x - 2| < 1)$$

الف) نقیض گزاره "به ازای هر عدد طبیعی n ، اگر n زوج باشد؛ آنگاه $n^2 + 1$ فرد است" ؟

نقیض گزاره های شرطی به این صورت است: $\Box(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \Box q$

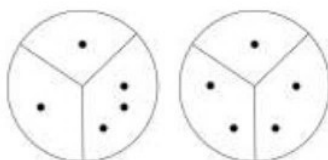
پس: وجود دارد یک عدد طبیعی n ، که n زوج است و $n^2 + 1$ فرد نیست.

$$\begin{aligned} & [(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \Box q)] \\ & \equiv (\Box p \vee q) \wedge (\Box p \vee \Box q) \\ & \equiv \Box p \vee (q \wedge \Box q) \\ & \equiv \Box p \vee (F) \\ & \equiv \Box p \end{aligned}$$

ب) نشان دهید:

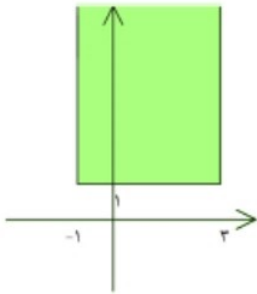
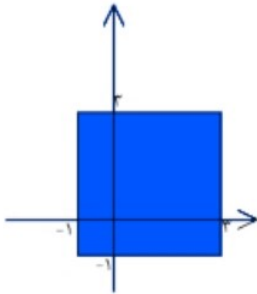
مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

الف) دو افراز متفاوت افراز ۱: $\{1\}, \{2\}, \{3, 4, 5\}$ افراز ۲: $\{1, 2\}, \{3, 4, 5\}$



$$\frac{\binom{5}{1}\binom{4}{2}\binom{3}{3}}{2!} + \frac{\binom{5}{2}\binom{3}{2}\binom{1}{1}}{2!} = 10 + 5 = 15$$

ب) چند افراز سه مجموعه ای؟ $10 + 5 = 15$

$(A \cap B) - (A \cap C)$ $= (A \cap B) \cap (A' \cup C')$ الف) $= [(A \cap B) \cap A'] \cup [(A \cap B) \cap C']$ $= [\emptyset] \cup [A \cap (B \cap C')]$ $= A \cap (B - C)$ $(A \cup B) \cap (C - A)' = (B - C) \cup A$ $= (A \cup B) \cap (C \cap A)'$ ب) $= (A \cup B) \cap (C' \cup A)$ $= A \cup (B - C)$ $= (B - C) \cup A$	جبر مجموعه ها ۶
حکم: $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$ همواره میدانیم $A \cap B \subseteq A$ اکنون کافی است ثابت کنیم: $A \subseteq A \cap B$ میدانیم: $A \subseteq A$ و $A \subseteq B$ از طرفین اشتراک می گیریم: $A \cap A \subseteq A \cap B$ پس: $A \subseteq A \cap B$	۷
$A \times B = ?$ مجموعه $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$ و $A = \{1, 4\}$ ابتدا اعضای مجموعه را مشخص می کنیم: $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\} = \{2\}$ $A \times B = \{(1, 2), (4, 2)\}$	۸
اگر $A = [-1, 3]$, $B = [1, +\infty)$ نمودارهای $A \times B$ و A' را رسم کنید.  	۹
$P(A) = \left[\frac{1000}{4} \right] = 250$, $P(A \cap B) = \left[\frac{1000}{28} \right] = 35$ $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{250}{1000} - \frac{35}{1000} = \frac{215}{1000}$	A بخش پذیری بر ۴ و B بخش پذیری بر ۷ ۱۰

$P(A') = \frac{1}{4} \rightarrow P(A) = \frac{3}{4}$ $P(A - B) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{12}$ $P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$	۱۱
بار سوم ۶ بیاید یا بار دوم ۶ بیاید یا همان بار اول ۶ بیاید $\frac{1}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6}$	۱۲
$p(a), p(b) = p(a) + \frac{1}{\lambda}, p(c) = p(a) + \frac{2}{\lambda}, p(d) = p(a) + \frac{3}{\lambda}$ $p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = 1$ $p(a) + p(a) + \frac{1}{\lambda} + p(a) + \frac{2}{\lambda} + p(a) + \frac{3}{\lambda} = 1$ $4p(a) + \frac{6}{\lambda} = 1 \Rightarrow p(a) = \frac{1}{16}$ $p(\{b, c\}) = p(c) + p(b) = \frac{1}{2}$	۱۳
$A = \{(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)\}$ $B = \{(3, 2), (3, 4), (3, 6), (2, 3), (4, 3), (6, 3)\}$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{36} + \frac{6}{36} - \frac{2}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$	۱۴
$p(a) = 2p(b), p(b) = \frac{1}{3}p(c)$ $p(a) + p(b) + p(c) = 1 \Rightarrow 2x + x + 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{6}$ $\left\{ \begin{array}{l} p(a) = 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \\ p(b) = \frac{1}{6} \\ p(c) = 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$	۱۵