

نام :
نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : کلاس :

شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

نام امتحان :

۰.۵	عبارت $(x^2 - 4)(2x - 3)(x^2 - 3) = 0$ یک گزاره نماست که با توجه به مجموعه دامنه $D = R$ مجموعه جواب آن یک مجموعه..... عضوی می شود. (۱-۲-۳-۴-۵)	۱																				
۰.۵	هم ارزی $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ را قانون (دمورگان - <u>جذب</u> - حذف عاطف - ادخال فاصل) و هم ارزی $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ را قانون (شرکت پذیری - <u>توزیع پذیری</u> - جا به جایی) می گویند.	۲																				
۰.۵	ارزش گزاره سوری $\forall x \in \mathbb{R} : \tan x \cdot \cot x = 1$ برابر است با (درست - <u>نادرست</u>) و ارزش گزاره سوری $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 = x$ برابر است با (درست - <u>نادرست</u>)	۳																				
۰.۵	عبارت $\{\varphi\} \subseteq \{0, \{1, \varphi\}\}$ گزاره ای با ارزش (درست - <u>نادرست</u>) و گزاره $\forall A, B \subseteq U : A - B \subseteq A$ گزاره ای با ارزش (<u>درست</u> - نادرست) است.	۴																				
۰.۵	اگر $X \subset A$, $X' \subset A'$ می توان نتیجه گرفت <u>$A = U$</u> ($A = \varphi$ - $X = \varphi$ - <u>$A = U$</u> - $X = U$)	۵																				
۰.۵	اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{2, 3, 4, 5\}$ باشند مجموعه $(A \times B) \cap (B \times A)$ دارای زوج مرتب است. (۱ - ۴ - ۶ - <u>۹</u>)	۶																				
۰.۵	سه تاس و دو سکه را باهم می اندازیم. فضای نمونه (گسسته و متناهی و همشانس) این آزمایش عضو دارد. (۱۴۴ - ۲۸۸ - <u>۸۶۴</u> - ۱۷۲۸)	۷																				
۰.۵	در پرتاب یک سکه ناسالم، احتمال آمدن رو، یک ششم احتمال آمدن پشت است. در پرتاب این سکه، احتمال ظاهر شدن رو <u>$\frac{1}{7}$</u> است. $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right)$	۸																				
پرسش های جورکردنی - در مجموع ۲ نمره																						
۲	از مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 120\}$ عددی را به طور تصادفی انتخاب می کنیم. هر احتمالی را که در ستون اول، پرسیده شده با مقدار مناسب آن در ستون آخر، جور کنید.	۹																				
	<table><tr><td>$\frac{1}{24}$</td><td>A</td><td><u>B</u></td><td>الف) عدد انتخابی، حداقل بر یکی از اعداد ۴ یا ۶ بخش پذیر باشد.</td></tr><tr><td>$\frac{1}{3}$</td><td>B</td><td><u>C</u></td><td>ب) عدد انتخابی، بر ۴ بخش پذیر باشد ولی بر ۶ بخش پذیر نباشد.</td></tr><tr><td>$\frac{1}{6}$</td><td>C</td><td><u>E</u></td><td>ج) عدد انتخابی، نه بر ۴ بخش پذیر باشد و نه بر ۶</td></tr><tr><td>$\frac{1}{12}$</td><td>D</td><td><u>D</u></td><td>د) عدد انتخابی، هم بر ۴ بخش پذیر باشد و هم بر ۶</td></tr><tr><td>$\frac{2}{3}$</td><td>E</td><td></td><td></td></tr></table>	$\frac{1}{24}$	A	<u>B</u>	الف) عدد انتخابی، حداقل بر یکی از اعداد ۴ یا ۶ بخش پذیر باشد.	$\frac{1}{3}$	B	<u>C</u>	ب) عدد انتخابی، بر ۴ بخش پذیر باشد ولی بر ۶ بخش پذیر نباشد.	$\frac{1}{6}$	C	<u>E</u>	ج) عدد انتخابی، نه بر ۴ بخش پذیر باشد و نه بر ۶	$\frac{1}{12}$	D	<u>D</u>	د) عدد انتخابی، هم بر ۴ بخش پذیر باشد و هم بر ۶	$\frac{2}{3}$	E			
$\frac{1}{24}$	A	<u>B</u>	الف) عدد انتخابی، حداقل بر یکی از اعداد ۴ یا ۶ بخش پذیر باشد.																			
$\frac{1}{3}$	B	<u>C</u>	ب) عدد انتخابی، بر ۴ بخش پذیر باشد ولی بر ۶ بخش پذیر نباشد.																			
$\frac{1}{6}$	C	<u>E</u>	ج) عدد انتخابی، نه بر ۴ بخش پذیر باشد و نه بر ۶																			
$\frac{1}{12}$	D	<u>D</u>	د) عدد انتخابی، هم بر ۴ بخش پذیر باشد و هم بر ۶																			
$\frac{2}{3}$	E																					

طراح سؤال:		آموزش و پرورش تهران - منطقه		دبیرستان: علامه طباطبائی (واحد.....)	
نمره به عدد:		نام و نام خانوادگی:		امتحان درس: آمار و احتمال	
نمره به حروف:		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی-فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۵ دی ۱۴۰۰	سال تحصیلی: ۱۴۰۰-۱۴۰۱
امضاء مصحح:		صفحه: ۲ از ۴	شماره کلاس:	وقت: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: .../.../...
پرسش های چهارگزینه ای - در مجموع ۴ نمره					
۰.۵	کدام گزینه در منطق ریاضی یک گزاره به حساب می آید؟ (۱) آیا فردا هوا خوب است؟ (۲) $\forall x \in R : x^2 \geq 1$ (۳) $x + 2 = 5$ (۴) احتمال شش آمدن این تاس، زیاد است.				۱۰
۰.۵	اگر ارزش گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow r$ نادرست باشد، ارزش گزاره های $p \vee q$ و $p \Leftrightarrow r$ به ترتیب کدام است؟ (۱) درست - درست (۲) درست - نادرست (۳) نادرست - درست (۴) نادرست - نادرست				۱۱
۰.۵	ارزش گزاره "عددی طبیعی وجود دارد که نه اول است و نه مرکب" چیست و نقیض آن، کدام است؟ (۱) درست - همه اعداد طبیعی، اول هستند یا مرکب (۲) نادرست - همه اعداد طبیعی، اول هستند یا مرکب (۳) درست - همه اعداد طبیعی، اول نیستند یا مرکب نیستند (۴) نادرست - همه اعداد طبیعی، اول نیستند یا مرکب نیستند				۱۲
۰.۵	کدام گزینه، افزایی برای مجموعه $A = \{\phi, 1, \{1\}, \{1, 2\}\}$ است؟ (۱) $p = \{\{\phi, 1, 2\}, \{\{1\}\}\}$ (۲) $p = \{\{\{1\}, \phi\}, \{\{1\}, \{1, 2\}\}\}$ (۳) $p = \{\{1, \{1\}\}, \{\phi, \{1, 2\}\}\}$ (۴) $p = \{\phi, \{1, \{1\}, \{1, 2\}\}\}$				۱۳
۰.۵	مجموعه $(B - (A \cap B)) \cup (A' \cap (B - A))'$ با کدام مجموعه برابر است؟ (۱) B (۲) B' (۳) A (۴) A'				۱۴
۰.۵	اگر $A = \{2, x + 2y, 5\}$ و $B = \{2x + 2y, 5, 4\}$ و بدانیم $A \times B = B \times A$ در اینصورت مقدار x برابر است با: (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) ۱				۱۵
۰.۵	تاسی را دو بار می اندازیم. کدام دو پیشامد، ناسازگارند؟ (۱) مجموع دو تاس ۶ باشد و اختلاف دو تاس ۳ باشد. (۲) حاصلضرب دو تاس ۱۲ باشد و مجموعشان ۸ باشد. (۳) حاصلضرب دو تاس ۶ باشد و اختلافشان ۵ باشد. (۴) حاصلضرب دو تاس، زوج باشد و دست کم یکی از تاسها، فرد باشد.				۱۶
۰.۵	تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد زوج، سه برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در پرتاب این تاس، احتمال وقوع عددی بزرگتر از ۴ چقدر است؟ (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{2}{3}$				۱۷

نام :

نام خانوادگی :

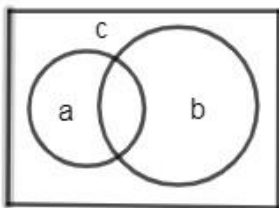
پایه تحصیلی : کلاس :

شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

نام امتحان :

۱	اگر دو عضو به مجموعه متناهی A اضافه کنیم، به تعداد زیرمجموعه هایش ۷۶۸ عدد اضافه می شود. مجموعه A چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟ $2^{n+2} - 2^n = 768 \rightarrow 2^n \times 3 = 768 \rightarrow 2^n = 256 = 2^8 \rightarrow n = 8$ $C(8,3) = \frac{8!}{5!3!} = 56$	۱۸																														
۱	اگر $A = [-2,6]$ و $B = (-5,3]$ مساحت ناحیه $A \times B$ و ناحیه $A \times B - B \times A$ را حساب کنید. $S_{A \times B} = 8 \times 8 = 64$ $S_{A \times B - B \times A} = S_{A \times B} - S_{(A \cap B) \times (A \cap B)} = 64 - 5 \times 5 = 39$	۱۹																														
۱	اگر A, B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند و $P(A \cap B) = 0.4$ و $P(A') + P(B') = 1.1$ مقدار $P(A \cup B)$ را حساب کنید. (به صورت عددی بین صفر و یک، با دو رقم اعشار، گزارش کنید)  $a + b + c = 0.6, \quad (a + c) + (b + c) = 1.1$ $c = 0.5 \rightarrow p(A \cup B) = 1 - c = 0.50$	۲۰																														
۱	نه نفر، قرار است یک صف را تشکیل دهند. احتمال این را که دو فرد خاص، کنار هم نباشند، محاسبه کنید. (به صورت عددی بین صفر و یک، با دو رقم اعشار، گزارش کنید) $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9! - 2 \times 8!}{9!} = \frac{7 \times 8!}{9 \times 8!} = \frac{7}{9} = 0.78$	۲۱																														
	پرسش های تشریحی - در مجموع ۴ نمره																															
۲	هم ارزی زیر را یک بار به کمک جدول درستی و یک بار به کمک جبر گزاره ها، اثبات کنید. $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q \equiv True$ <table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$a = p \Rightarrow q$</th><th>$b = q \vee p$</th><th>$c = (p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)$</th><th>$d = [(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q$</th></tr><tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td></tr><tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td></tr><tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr><tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr></table> $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q \equiv [(\sim p \vee q) \wedge (p \vee q)] \Leftrightarrow q \equiv [(\sim p \wedge p) \vee q] \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow q \equiv True$	p	q	$a = p \Rightarrow q$	$b = q \vee p$	$c = (p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)$	$d = [(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q$	د	ن	ن	د	ن	د	ن	ن	د	ن	ن	د	د	د	د	د	د	د	ن	د	د	د	د	د	۲۲
p	q	$a = p \Rightarrow q$	$b = q \vee p$	$c = (p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)$	$d = [(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q$																											
د	ن	ن	د	ن	د																											
ن	ن	د	ن	ن	د																											
د	د	د	د	د	د																											
ن	د	د	د	د	د																											

و سپس به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(B - A)' \cap A' = B' - A$

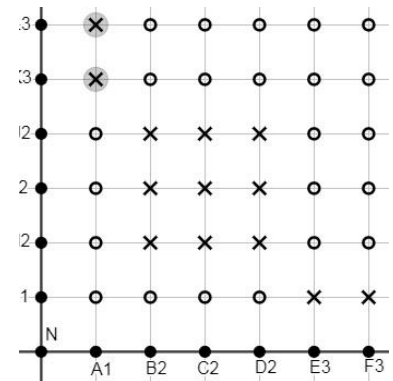
$$\forall a \in U : [a \in (X \cup Y)'] \leftrightarrow [a \notin (X \cup Y)] \leftrightarrow \sim[a \in (X \cup Y)] \leftrightarrow \sim[(a \in X) \vee (a \in Y)] \\ \leftrightarrow [\sim(a \in X) \wedge \sim(a \in Y)] \leftrightarrow [(a \in X') \wedge (a \in Y')] \leftrightarrow [a \in X' \cap Y']$$

$$(B - A)' \cap A' = (B \cap A')' \cap A' = (B' \cup A) \cap A' = (B' \cap A') \cup (A \cap A') = B' \cap A' = B' - A$$

۲

روی شش وجه تاس سالمی، ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۳ و ۳ و ۳ نوشته شده است. این تاس را دو مرتبه میریزیم.
الف) برای این آزمایش، یک فضای نمونه هم شانس و یک فضای نمونه غیرهم شانس معرفی کنید.
ب) احتمال آن را که مجموع اعداد رو شده در دو مرتبه ریختن این تاس ۴ شود محاسبه کنید.

x	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(3,1)	(3,2)	(3,3)
P(x)	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$



غیر هم شانس

$$p(S = 4) = p((1,3)) + p((2,2)) + p((3,1)) = \frac{2}{36} + \frac{9}{36} + \frac{2}{36} = \frac{13}{36}$$

هم شانس

$$p(S = 4) = \frac{13}{36}$$

پرسش امتیازی - در مجموع ۱ نمره

۲۵

اگر احتمال درست بودن گزاره p برابر با ۰.۷ و احتمال درست بودن گزاره q برابر با ۰.۳ باشد احتمال درست بودن گزاره های $(p \vee q)$ و $p \wedge q$ و $p \Rightarrow q$ و $p \Leftrightarrow q$ را محاسبه کنید.

$$v(p \wedge q) = v(p) \times v(q) = 0.7 \times 0.3 = 0.21$$

$$v(p \vee q) = 1 - v(\sim p) \times v(\sim q) = 1 - 0.3 \times 0.7 = 0.79$$

$$v(p \rightarrow q) = v(\sim p \vee q) = 1 - v(p) \times v(\sim q) = 1 - 0.7 \times 0.7 = 0.51$$

$$v(p \leftrightarrow q) = v(p) \times v(q) + v(\sim p) \times v(\sim q) = 0.7 \times 0.3 + 0.3 \times 0.7 = 0.42$$

موفق باشید