

نوبل

نام:

نام خانوادگی:

پایه تحصیلی: کلاس:

شماره صندلی:

مدت زمان امتحان:

تاریخ امتحان:

نام امتحان:

۰/۵	۱- درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را تعیین کنید. الف) به جمله خبری که در حال یا آینده دارای ارزش درست یا نادرست باشد گزاره‌ها گویند. <i>نادرست</i> ب) "قرآن ۱۲۴ سوره دارد" یک گزاره محسوب می‌شود. <i>درست</i>
۰/۵	۲- جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) در یک مهدکودک چند کودک تک فرزند وجود دارد سوالی مربوط به علم می‌باشد. ب) به هر عضو فضای نمونه یک می‌گویند.
۰/۵	۳- اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = x\}$ مجموعه $p(p(A))$ چند عضو دارد. الف) ۱۶ ب) ۳۲ ج) ۶۴ د) ۱۲۸ $x^2 = x \Rightarrow x = \pm 1, x = 0$ $A = \{0, 1\} \quad P(A) = 2^2 = 4 \quad P(P(A)) = 2^4 = 16$
۲	۴- نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید. الف) اگر عددی منفی باشد آن گاه مربع آن مثبت است. <i>عدد منفی است و مربع آن مثبت نیست</i> ب) $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 \notin \mathbb{N}$ <i>$\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \in \mathbb{N}$</i> ج) ۱۴۴ مضرب ۱۲ است یا هفته دارای ۷ روز است. ۱۴۴ مضرب ۱۲ نیست و هفته دارای ۷ روز نیست <i>$\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 + 1 \neq 0$</i> د) $\nexists x \in \mathbb{Q}, x^2 + 1 = 0$
۱	۵- ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کنید. الف) $(\forall x \in \mathbb{N}, x+1 \in \mathbb{N}) \wedge (\exists x \in \mathbb{N}, x+1 \notin \mathbb{N})$ <i>نادرست</i> ب) $(\forall t \in \mathbb{N}, t \leq -t) \Leftrightarrow (\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq x)$ <i>نادرست</i>
۱	۶- هم‌ارز گزاره‌های زیر را بنویسید. الف) شرط لازم و کافی برای اینکه مثلث متساوی الساقین باشد آن است که زوایای مجاور به ساق‌ها برابر باشد. <i>شرط لازم و کافی برای این است مثلث متساوی الساقین باشد آن است که زوایای مجاور به ساق‌ها برابر باشد.</i> ب) اگر عددی منفی باشد آن گاه مربع آن مثبت است. <i>عدد منفی نیست یا مربع آن مثبت است یا اگر مربع عددی مثبت باشد آن گاه عدد منفی نیست</i>

$$((p \vee q) \wedge \sim p) \Rightarrow q \equiv T$$

p	q	$\sim p$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \sim p$	$(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q$
>	>	○	>	○	>
>	○	○	>	○	>
>	>	>	>	>	>
○	>	>	○	○	>
○	○	>	○	○	>

$\equiv T$

۷- ب) اگر $(p \vee \sim r) \Leftrightarrow (q \Rightarrow s)$ درست باشد و گزاره $\sim q \Rightarrow p$ نادرست باشد ارزش گزاره $(\sim p \Rightarrow s) \Leftrightarrow r$ را تعیین کنید.

اگر $\sim q \Rightarrow p$ نادرست باشد $\sim q = \text{درست}$ و $p = \text{نادرست}$
 $(\sim p \Rightarrow s) \Leftrightarrow r$ درست $\Rightarrow \begin{cases} q \Rightarrow s \\ p \vee \sim r \end{cases}$
 اگر $\sim q \Rightarrow p$ نادرست باشد $\sim q = \text{درست}$ و $p = \text{نادرست}$

۸- الف) اگر به تعداد اعضای یک مجموعه k عضو اضافه شود به تعداد زیر مجموعه‌های آن ۶۰ واحد اضافه می‌شود k را بیابید

$$2^k + 60 = 2^{k+2} \Rightarrow 2^k + 60 = 4 \cdot 2^k \Rightarrow 60 = 3 \cdot 2^k \Rightarrow 2^k = 20 \Rightarrow k = 4$$

۸- ب) مجموعه‌های زیر را با گزاره‌ها بنویسید.

$$A = \{-1 + \sqrt{2}, -1 - \sqrt{2}\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2x - 1 = 0\}$$

$$S = -2$$

$$P = 1 - 2 = -1$$

$$B = \{-1, 0, 1, 8, 27, \dots\} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = k^3, k \geq -1, k \in \mathbb{Z}\}$$

۸- ج) اگر $A = \{2^k \mid k \in \mathbb{Z}; 0 \leq k^2 \leq 1\}$ و $B = \{0, 2, 4\}$ مجموعه $B^2 - A \times B$ چند عضو دارد. آن‌ها را بنویسید.

$$A = \{2^0, 2^{-1}\} = \{1, \frac{1}{2}\} \quad B = \{0, 2, 4\} \Rightarrow B - A = \{0, 2\}$$

$$B^2 - A \times B = B \times (B - A) = \{0, 2, 4\} \times \{0, 2\} =$$

$$\{(0, 0), (0, 2), (2, 0), (2, 2), (4, 0), (4, 2)\}$$

۸- د) با کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید.

$$(A \cap B) - (B \cap C) = (A - B') - C$$

$$(A \cap B) \cap (B \cap C)' = (A \cap B) \cap (B \cup C') = ((A \cap B) \cap B') \cup \emptyset$$

$$(A \cap B \cap C') = A \cap B \cap C' = (A - B) - C$$

۹- الف) ۳ کتاب ریاضی و ۴ کتاب فیزیک را به تصادف ردیف می‌کنیم مطلوبست احتمال اینکه کتاب‌های ریاضی همگی در سمت چپ کتاب‌های فیزیک باشند...

$$n(S) = 7!$$

$$n(A) = 3! \times 4!$$

$$P(A) = \frac{3! \times 4!}{7!}$$

۹- ب) می‌خواهیم یک تیم ۳ نفری از ۱۰ دانش‌آموز تجربی و ۶ دانش‌آموز ریاضی انتخاب کنیم. مطلوبست احتمال آن که لااقل یک نفر رشته ریاضی باشد چقدر است.

$$n(S) = \binom{16}{3}$$

$$n(A') = \binom{4}{3} \quad P(A^*) = 1 - P(A') = 1 - \frac{\binom{4}{3}}{\binom{16}{3}}$$

۹- ج) تاسی به گونه‌ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد زوج ۲ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. اگر A پیشامد وقوع عددی کمتر از پنج باشد احتمال وقوع A را بدست آورید.

$$P(1) = x$$

$$P(2) = 2x$$

$$P(3) = x$$

$$P(4) = 2x$$

$$P(5) = x$$

$$P(6) = 2x$$

$$9x = 1 \Rightarrow x = 1/9$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$P(A) = 1/9 + 2/9 + 1/9 + 2/9 = 4/9$$

۱۰- عددی به تصادف از مجموعه $\{1, 2, \dots, 200\}$ انتخاب می‌کنیم مطلوبست احتمال آن که:

$$n(S) = 200$$

الف) عدد بر ۴ یا بر ۵ بخش‌پذیر باشد.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{\lfloor \frac{200}{4} \rfloor}{200} + \frac{\lfloor \frac{200}{5} \rfloor}{200} - \frac{\lfloor \frac{200}{20} \rfloor}{200} = \frac{50}{200} + \frac{40}{200} - \frac{10}{200} = \frac{80}{200}$$

ب) عدد بر ۷ بخش‌پذیر باشد ولی بر ۳ بخش‌پذیر نباشد

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{\lfloor \frac{200}{7} \rfloor}{200} - \frac{\lfloor \frac{200}{21} \rfloor}{200}$$

۱	۱۱- الف) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه باشند به طوری که $p(A') = 0.3$ و $p(A \cap B) = 0.4$. مقدار $p(A' \cap B')$ را بدست آورید. $p(B) = 0.2$ $p(A') = 0.3 \Rightarrow p(A) = 0.7$ $p(A \cap B) = 0.4$ $p(A' \cap B') = p(A \cup B)' = 1 - p(A) - p(B) + p(A \cap B)$ $1 - 0.7 - 0.2 + 0.4 = 0.5$
۱	۱۱- ب) در فضای نمونه $S = \{a, b, c, d\}$ اگر $p(\{a, b, c\}) = \frac{1}{2}$ و $p(\{a, b, d\}) = \frac{2}{3}$ مقدار $p(\{a, b\})$ چقدر است؟ $p(\{a, b, c\}) = \frac{1}{2} \Rightarrow p(\{d\}) = \frac{1}{2}$ $p(\{a, b, d\}) = \frac{2}{3} \Rightarrow p(\{a, b\}) + p(\{d\}) = \frac{2}{3} \Rightarrow p(\{a, b\}) = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$
۲۰	موفق و موید باشید

پاسخ سوالات در روی برگه سوال نوشته شود. نیاز به پاسخ نامه سفید ندارد ☒ پاسخ نامه سفید داده شود ☐ برگ سفید جهت پاسخنامه