

نام :
نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : کلاس :

نوبل

شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان:

نام امتحان :

ردیف	پرسشها	نمره																				
	پرسش های جای خالی- در مجموع ۴ نمره																					
۱	عبارت $0 = (x^2 - 4)(2x - 3)(x^2 - 3)$ یک گزاره نماست که با توجه به مجموعه دامنه $D = Q$ مجموعه جواب آن یک مجموعه..... عضوی می شود. (۱-۲-۳-۴-۵)	۰.۵																				
۲	هم ارزی $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ را قانون (دمورگان - جذب - حذف عاطف - ادخال فاصل) و هم ارزی $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ را قانون (شرکت پذیری - توزیع پذیری - جا به جایی) می گویند.	۰.۵																				
۳	ارزش گزاره سوری $\forall x \in \mathbb{R} : \frac{x^2+1}{x^2+1} = 1$ (درست - نادرست) و ارزش گزاره سوری $\exists x \in \mathbb{R} : x + 2x = 3x$ (درست - نادرست)	۰.۵																				
۴	عبارت $\varphi \notin \{0, \{1, \varphi\}\}$ گزاره ای با ارزش (درست - نادرست) و گزاره $\forall A, B \subseteq U : A \subseteq A - B$ گزاره ای با ارزش (نادرست - درست) است.	۰.۵																				
۵	اگر $A \subset X$, $A' \subset X$ می توان نتیجه گرفت $X = U$ ($A = \varphi$ - $X = \varphi$ - $A = U$ - $X = U$)	۰.۵																				
۶	اگر $A = \{1,2,3,4\}$ و $B = \{3,4,5\}$ باشند مجموعه $(A \times B) \cap (B \times A)$ دارای زوج مرتب است. (۱ - ۴ - ۶ - ۹)	۰.۵																				
۷	سه تاس و سه سکه را باهم می اندازیم. فضای نمونه (گسسته و متناهی و همشانس) این آزمایش عضودارد. (۱۷۲۸ - ۸۶۴ - ۲۸۸ - ۱۴۴)	۰.۵																				
۸	در پرتاب یک سکه ناسالم، احتمال آمدن رو، یک پنجم احتمال آمدن پشت است. در پرتاب این سکه، احتمال ظاهر شدن رو $\frac{1}{6}$ است. $(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7})$	۰.۵																				
	پرسش های جورکردنی - در مجموع ۲ نمره																					
۹	از مجموعه $S = \{1,2,3, \dots, 120\}$ عددی را به طور تصادفی انتخاب می کنیم. هر احتمالی را که در ستون اول، پرسیده شده با مقدار مناسب آن در ستون آخر، جور کنید.	۲																				
	<table><tr><td>الف) عدد انتخابی، حداقل بر یکی از اعداد ۴ یا ۶ بخش پذیر باشد.</td><td>E</td><td>A</td><td>$\frac{1}{6}$</td></tr><tr><td>ب) عدد انتخابی، بر ۴ بخش پذیر باشد ولی بر ۶ بخش پذیر نباشد.</td><td>A</td><td>B</td><td>$\frac{1}{12}$</td></tr><tr><td>ج) عدد انتخابی، نه بر ۴ بخش پذیر باشد و نه بر ۶</td><td>C</td><td>C</td><td>$\frac{2}{3}$</td></tr><tr><td>د) عدد انتخابی، هم بر ۴ بخش پذیر باشد و هم بر ۶</td><td>B</td><td>D</td><td>$\frac{1}{24}$</td></tr><tr><td></td><td></td><td>E</td><td>$\frac{1}{3}$</td></tr></table>	الف) عدد انتخابی، حداقل بر یکی از اعداد ۴ یا ۶ بخش پذیر باشد.	E	A	$\frac{1}{6}$	ب) عدد انتخابی، بر ۴ بخش پذیر باشد ولی بر ۶ بخش پذیر نباشد.	A	B	$\frac{1}{12}$	ج) عدد انتخابی، نه بر ۴ بخش پذیر باشد و نه بر ۶	C	C	$\frac{2}{3}$	د) عدد انتخابی، هم بر ۴ بخش پذیر باشد و هم بر ۶	B	D	$\frac{1}{24}$			E	$\frac{1}{3}$	
الف) عدد انتخابی، حداقل بر یکی از اعداد ۴ یا ۶ بخش پذیر باشد.	E	A	$\frac{1}{6}$																			
ب) عدد انتخابی، بر ۴ بخش پذیر باشد ولی بر ۶ بخش پذیر نباشد.	A	B	$\frac{1}{12}$																			
ج) عدد انتخابی، نه بر ۴ بخش پذیر باشد و نه بر ۶	C	C	$\frac{2}{3}$																			
د) عدد انتخابی، هم بر ۴ بخش پذیر باشد و هم بر ۶	B	D	$\frac{1}{24}$																			
		E	$\frac{1}{3}$																			

نام :
نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : کلاس :

نوبل

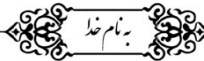
شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

نام امتحان :

۰.۵	۱۰	کدام گزینه در منطق ریاضی یک گزاره به حساب می آید؟ (۱) چه هوای خوبی (۲) احتمال این که فردا هوا بارانی باشد زیاد است. (۳) $x + 2 = 5$ (۴) $\forall x \in R : x^2 \geq 1$
۰.۵	۱۱	اگر ارزش گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow r$ نادرست باشد، ارزش گزاره های $p \vee r$ و $\sim p \Leftrightarrow q$ به ترتیب کدام است؟ (۱) درست - درست (۲) درست - نادرست (۳) <u>نادرست - درست</u> (۴) نادرست - نادرست
۰.۵	۱۲	ارزش گزاره "عددی طبیعی وجود دارد که نه اول است و نه مرکب" چیست و نقیض آن، کدام است؟ (۱) درست - همه اعداد طبیعی، اول نیستند یا مرکب نیستند (۲) نادرست - همه اعداد طبیعی، اول نیستند یا مرکب (۳) <u>درست - همه اعداد طبیعی، اول هستند یا مرکب</u> (۴) نادرست - همه اعداد طبیعی، اول هستند یا مرکب
۰.۵	۱۳	کدام گزینه، افزایی برای مجموعه $A = \{\phi, 1, \{1\}, \{1, 2\}\}$ است؟ نیستند (۱) $p = \{\{\{1\}, \phi\}, \{\{1\}, \{1, 2\}\}\}$ (۲) $p = \{\{\phi, 1, 2\}, \{\{1\}\}\}$ (۳) $p = \{\phi, \{1, \{1\}, \{1, 2\}\}\}$ (۴) <u>$p = \{\{1, \{1\}\}, \{\phi, \{1, 2\}\}\}$</u>
۰.۵	۱۴	مجموعه $(B - (A' \cap B)) \cup (A \cap (A \cap B)')$ با کدام مجموعه برابر است؟ (۱) B (۲) B' (۳) <u>A</u> (۴) A'
۰.۵	۱۵	اگر $A = \{2, x + 2y, 5\}$ و $B = \{2x + 2y, 5, 1\}$ و بدانیم $A \times B = B \times A$ در اینصورت مقدار x برابر است با: (۱) -4 (۲) -2 (۳) -1 (۴) <u>1</u>
۰.۵	۱۶	تاسی را دو بار می اندازیم. کدام دو پیشامد، ناسازگارند؟ (۱) مجموع دو تاس ۶ باشد و اختلاف دو تاس ۲ باشد. (۲) <u>حاصلضرب دو تاس ۱۲ باشد و مجموعشان ۹ باشد.</u> (۳) حاصلضرب دو تاس ۶ باشد و اختلافشان ۵ باشد. (۴) حاصلضرب دو تاس، زوج باشد و دست کم یکی از تاسها، فرد باشد.
۰.۵	۱۷	تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد زوج، دو برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. درپر تاب این تاس، احتمال وقوع عددی بزرگتر از ۴ چقدر است؟ (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) <u>$\frac{1}{3}$</u> (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{2}{3}$



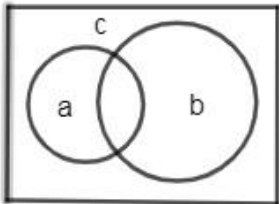
نام :
نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : کلاس :

شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

نام امتحان :

پرسش های محاسباتی – در مجموع ۴ نمره																															
۱۸	اگر دو عضو به مجموعه متناهی A اضافه کنیم، به تعداد زیرمجموعه هایش ۷۶۸ عدد اضافه می شود. مجموعه A چند زیرمجموعه ۲ عضوی دارد؟ $2^{n+2} - 2^n = 768 \rightarrow 2^n \times 3 = 768 \rightarrow 2^n = 256 = 2^8 \rightarrow n = 8$ $C(8,2) = \frac{8!}{6!2!} = 28$																														
۱۹	اگر $A = [-2,6]$ و $B = (-5,2]$ مساحت ناحیه $A \times B$ و ناحیه $A \times B - B \times A$ را حساب کنید. $S_{A \times B} = 8 \times 7 = 56$ $S_{A \times B - B \times A} = S_{A \times B} - S_{(A \cap B) \times (A \cap B)} = 56 - 4 \times 4 = 40$																														
۲۰	اگر A, B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند و $P(A \cap B) = 0.3$ و $P(A') + P(B') = 1.1$ مقدار $P(A \cup B)$ را حساب کنید. (به صورت عددی بین صفر و یک، با دو رقم اعشار، گزارش کنید)  $a + b + c = 0.7, \quad (a + c) + (b + c) = 1.1$ $c = 0.4 \rightarrow p(A \cup B) = 1 - c = 0.60$																														
۲۱	هشت نفر، قرار است یک صف را تشکیل دهند. احتمال این را که دو فرد خاص، کنار هم نباشند، محاسبه کنید. (به صورت عددی بین صفر و یک، با دو رقم اعشار، گزارش کنید) $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8! - 2 \times 7!}{7!} = \frac{6 \times 7!}{8 \times 7!} = \frac{6}{8} = 0.75$																														
پرسش های تشریحی – در مجموع ۴ نمره																															
۲۲	هم ارزی زیر را یک بار به کمک جدول درستی و یک بار به کمک جبر گزاره ها، اثبات کنید. $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q \equiv True$ <table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$a = p \Rightarrow q$</th><th>$b = q \vee p$</th><th>$c = (p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)$</th><th>$d = [(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q$</th></tr><tr><td>ن</td><td>د</td><td><u>د</u></td><td><u>د</u></td><td><u>د</u></td><td><u>د</u></td></tr><tr><td>د</td><td>ن</td><td><u>ن</u></td><td><u>د</u></td><td><u>ن</u></td><td><u>د</u></td></tr><tr><td>د</td><td>د</td><td><u>د</u></td><td><u>د</u></td><td><u>د</u></td><td><u>د</u></td></tr><tr><td>ن</td><td>ن</td><td><u>د</u></td><td><u>ن</u></td><td><u>ن</u></td><td><u>د</u></td></tr></table> $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q \equiv [(\sim p \vee q) \wedge (p \vee q)] \Leftrightarrow q \equiv [(\sim p \wedge p) \vee q] \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow q \equiv True$	p	q	$a = p \Rightarrow q$	$b = q \vee p$	$c = (p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)$	$d = [(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q$	ن	د	<u>د</u>	<u>د</u>	<u>د</u>	<u>د</u>	د	ن	<u>ن</u>	<u>د</u>	<u>ن</u>	<u>د</u>	د	د	<u>د</u>	<u>د</u>	<u>د</u>	<u>د</u>	ن	ن	<u>د</u>	<u>ن</u>	<u>ن</u>	<u>د</u>
p	q	$a = p \Rightarrow q$	$b = q \vee p$	$c = (p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)$	$d = [(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q$																										
ن	د	<u>د</u>	<u>د</u>	<u>د</u>	<u>د</u>																										
د	ن	<u>ن</u>	<u>د</u>	<u>ن</u>	<u>د</u>																										
د	د	<u>د</u>	<u>د</u>	<u>د</u>	<u>د</u>																										
ن	ن	<u>د</u>	<u>ن</u>	<u>ن</u>	<u>د</u>																										

نام :
نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : کلاس :

نوبل

شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

نام امتحان :

و سپس به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A - B)' \cap B' = A' - B$

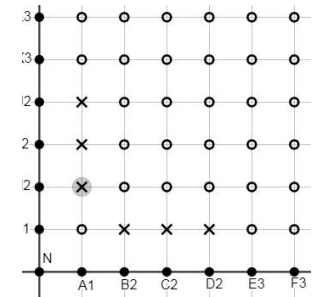
$$\forall a \in U : [a \in (X \cup Y)'] \leftrightarrow [a \notin (X \cup Y)] \leftrightarrow \sim[a \in (X \cup Y)] \leftrightarrow \sim[(a \in X) \vee (a \in Y)] \\ \leftrightarrow [\sim(a \in X) \wedge \sim(a \in Y)] \leftrightarrow [(a \in X') \wedge (a \in Y')] \leftrightarrow [a \in X' \cap Y']$$

$$(A - B)' \cap B' = (A \cap B')' \cap B' = (A' \cup B) \cap B' = (A' \cap B') \cup (B \cap B') = A' \cap B' = A' - B$$

۲

روی شش وجه تاس سالمی، ارقام ۱ و ۲ و ۲ و ۳ و ۳ و ۳ نوشته شده است. این تاس را دو مرتبه میریزیم.
الف) برای این آزمایش، یک فضای نمونه هم شانس و یک فضای نمونه غیرهم شانس معرفی کنید.
ب) احتمال آن را که مجموع اعداد رو شده در دو مرتبه ریختن این تاس ۳ شود محاسبه کنید.

x	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(3,1)	(3,2)	(3,3)
P(x)	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$



غیر هم شانس

$$p(S = 3) = p((1,2)) + p((2,1)) = \frac{3}{36} + \frac{3}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

هم شانس

$$p(S = 3) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

پرسش امتیازی - در مجموع ۱ نمره

۲۵

اگر احتمال درست بودن گزاره p برابر با ۰.۷ و احتمال درست بودن گزاره q برابر با ۰.۴ باشد احتمال درست بودن گزاره های $(p \vee q)$ و $(p \wedge q)$ و $p \Rightarrow q$ و $p \Leftrightarrow q$ را محاسبه کنید.

$$v(p \wedge q) = v(p) \times v(q) = 0.7 \times 0.4 = 0.28$$

$$v(p \vee q) = 1 - v(\sim p) \times v(\sim q) = 1 - 0.3 \times 0.6 = 0.82$$

$$v(p \rightarrow q) = v(\sim p \vee q) = 1 - v(p) \times v(\sim q) = 1 - 0.7 \times 0.6 = 0.56$$

$$v(p \leftrightarrow q) = v(p) \times v(q) + v(\sim p) \times v(\sim q) = 0.7 \times 0.4 + 0.3 \times 0.6 = 0.46$$

موفق باشید