

نوبل



نام:

نام خانوادگی:

پایه تحصیلی: کلاس:

نام امتحان:

تاریخ امتحان:

مدت زمان امتحان:

شماره صندلی:

۱- در جاهای خالی، پاسخ مناسب بنویسید. (۲ نمره)

$$12 + 14 + \dots + 94$$

(الف) مجموع همه اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۴ برابر است. $S_n = \left(\frac{12+94}{2}\right)\left(\frac{94-12}{4}+1\right) = 54 \times 22 = 1188$ ۴ ص

(ب) اگر نمودار $f(x)$ را رسم نماییم، طول نقاط تلاقی نمودار با محور x ها را ۱ ص

$$1 - n \geq 0 \rightarrow n \leq 1$$

$$D_f = (-\infty, 1]$$

(ج) دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ عبارت است از: ۵۲ سوال ۱ ص

(د) حاصل عبارت $\left[\frac{3}{9}\right] - \left[-\frac{3}{9}\right]$ برابر با است. ۵۱ ص

$$-\frac{3}{9} - \frac{3}{9} = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3}$$

۲- درستی یا نادرستی هر کدام از عبارت‌های زیر را تعیین کنید. (۱ نمره)



(الف) به کمک روش هندسی حل معادلات همواره می‌توان مقدار دقیق همه ریشه‌ها را پیدا کرد. ۴ ص



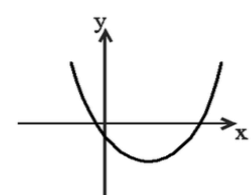
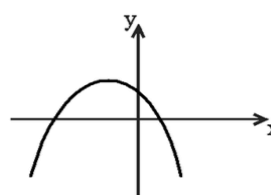
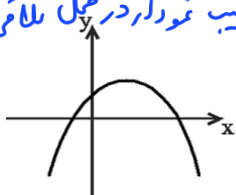
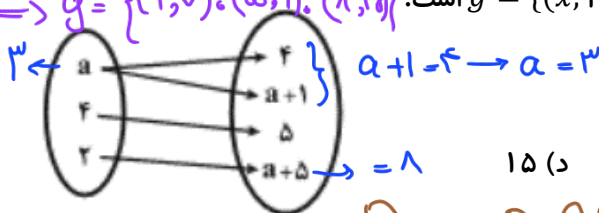
(ب) دو خط $y = 2x + 7$ و $y = -3x - 3$ بر هم عمودند. ۳۱ ص



(ج) هم‌دامنه یک تابع همیشه زیرمجموعه برد آن می‌باشد. ۴۲ سوال ۲ ص



(ب) تابع $g(x) = x^2 + x + 1$ یک تابع وارون‌پذیر نمی‌باشد. ۹ ص

۳- شکل‌های زیر نمودار تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ هستند. در کدام یک از آنها $a > 0$ و $b > 0$ است؟ (۵/۰ نمره)۴- نمودار پیکانی تابع f به صورت زیر و تابع g به صورت $g = \{(x, 2x - 1) | x \in R_f\}$ است. ۳۸ ص

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{4\} \Rightarrow f+g = \{(4, 5+7)\}$$

۵- اگر رابطه $f(x) = \begin{cases} a - \sqrt{x+7} & x \geq 2 \\ |x-3| - 2 & x \leq 2 \end{cases}$ حاصل $f(9)$ چند است؟ (۵/۰ نمره) ۳۸ ص

$$f(9) = 2 - \sqrt{9+7} = 2 - 4 = -2$$

(ج) -۳

(ب) -۲

(الف) -۱

(د) -۴

ص ۴ سوال ۵

۶- جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = 2^{n-1}$ است. چند جمله از این دنباله را با هم جمع کنیم تا مجموع آنها برابر ۲۵۵ شود؟

$$S_n = 255 \Rightarrow \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = 255 \Rightarrow \frac{1(1-2^n)}{1-2} = 255$$

$$\rightarrow 2^n - 1 = 255 \rightarrow 2^n = 256 = 2^8 \Rightarrow n = 8$$

(۱/۵ نمره)

$$S = 3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} = 6$$

۷- الف) معادله‌ای بنویسید که ریشه‌هایش $3 + \sqrt{5}$ و $3 - \sqrt{5}$ باشد. (۵/۰ نمره)

ص ۹

$$P = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 9 - 5 = 4 \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0$$

ب) صفرهای تابع $y = 2x^2 - x - 1$ را بدست آورید. (۵/۰ نمره)

ص ۱۰

$$2x^2 - x - 1 = 0 \quad \Delta = 1 - 4(2)(-1) = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

ج) $A(0, 6)$ و $B(8, -8)$ نقاط دو سر قطر یک دایره‌اند. مختصات مرکز و طول شعاع دایره را بدست آورید. (۱ نمره)

ص ۳ سوال ۲

$$O = \left(\frac{8+0}{2}, \frac{-8+6}{2} \right) = (4, -1)$$

$$r = OA = \sqrt{(x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2} = \sqrt{(0-4)^2 + (6-(-1))^2} = \sqrt{16 + 49} = \sqrt{65}$$

۸- معادلات زیر را حل کنید. (۳ نمره)

ص ۱۵ سوال ۵

$$(4 - x^2)^2 - (4 - x^2) = 12 \quad \text{تغییر متغیر: } u = 4 - x^2 \Rightarrow u^2 - u - 12 = 0$$

$$\rightarrow (u-4)(u+3) = 0 \rightarrow \begin{cases} u=4 \rightarrow 4-x^2=4 \rightarrow x^2=0 \rightarrow x=0 \\ u=-3 \rightarrow 4-x^2=-3 \rightarrow x^2=7 \rightarrow x=\pm\sqrt{7} \end{cases}$$

ص ۲۲ سوال ۱

$$\left(\frac{P}{2-P} + \frac{2}{P} = \frac{-3}{2} \right) \times 2P(2-P) \Rightarrow 2P(P) + 2(2(2-P)) = -3P(2-P)$$

$$\rightarrow 2P^2 + 8 - 4P = -4P + 3P^2 \Rightarrow P^2 - 2P - 8 = 0 \quad \Delta = 4 - 4(1)(-8) = 36$$

$$P_{1,2} = \frac{2 \pm 6}{2} \rightarrow \begin{cases} P_1 = 4 \\ P_2 = -2 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+2} = x-4 \quad \text{توان دوم} \rightarrow x+2 = (x-4)^2 \Rightarrow x+2 = x^2 + 16 - 8x$$

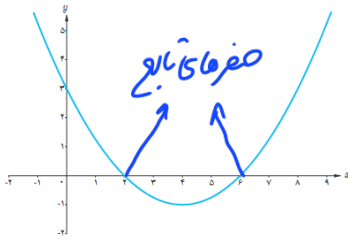
$$\rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \rightarrow (x-2)(x-7) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=7 \end{cases}$$

$$|5x-2| = |3-2x| \rightarrow \begin{cases} 5x-2 = 3-2x \Rightarrow 7x=5 \rightarrow x=\frac{5}{7} \\ 5x-2 = -(3-2x) \Rightarrow 5x-2 = -3+2x \Rightarrow 3x=-1 \rightarrow x=-\frac{1}{3} \end{cases}$$

ص ۳۶

مر ۱۱

۹- اگر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد، ضابطه سهمی را مشخص کنید. (۵/۱ نمره)



صفحات تابع

$$y = a(x-2)(x-4) \xrightarrow{13} 3 = a(0-2)(0-4) \Rightarrow a = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}(x-2)(x-4) = \frac{1}{4}(x^2 - 6x + 8) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$$

۱۰- دو تابع چه زمانی با هم برابرند؟ (۵/۰ نمره) مر ۴۱
 تابع‌های مساوی را در جدول زیر با ذکر دلیل مشخص نمایید: (۱ نمره)

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = |x| \end{cases}$$

$$\begin{cases} r: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} \\ r(a) = 5a \end{cases}$$

$$\begin{cases} g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ g(x) = 5x \end{cases}$$

$$\begin{cases} s: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ s(a) = 5a \end{cases}$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ h(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \\ t(x) = 5x \end{cases}$$

$$f = h$$

$$g = s$$

مر ۴۳ سوال ۵

۱۱- دامنه توابع زیر را بدست آورید. (۱ نمره)

مر ۵۲

$$\frac{3x-1}{x^2+4}$$

$$x^2 + 4 \neq 0 \rightarrow x^2 \neq -4 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

مر ۵۳

$$\sqrt{4x+3}$$

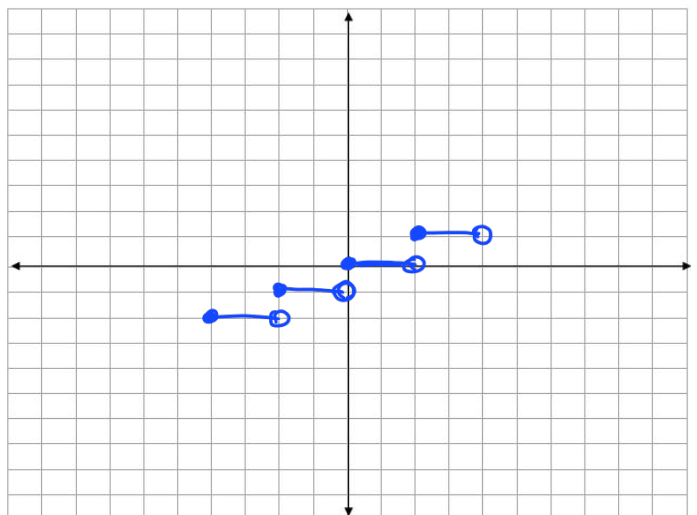
$$4x+3 \geq 0 \rightarrow 4x \geq -3 \rightarrow x \geq -\frac{3}{4}$$

$$\rightarrow D = \left[-\frac{3}{4}, +\infty\right)$$

۱۲- ضابطه تابع زیر را با توجه به دامنه داده شده بازه بندی کنید. نمودار آنرا را رسم کنید. (۲ نمره) مر ۵۳ سوال ۷

$$f(x) = \left\lfloor \frac{1}{2}x \right\rfloor, \quad -4 \leq x < 4 \rightarrow -2 \leq \frac{1}{2}x < 2$$

$\frac{1}{2}x$	$-2 \leq \frac{1}{2}x < -1$	$-1 \leq \frac{1}{2}x < 0$	$0 \leq \frac{1}{2}x < 1$	$1 \leq \frac{1}{2}x < 2$
$\left\lfloor \frac{1}{2}x \right\rfloor$	-2	-1	0	1
x	$-4 \leq x < -2$	$-2 \leq x < 0$	$0 \leq x < 2$	$2 \leq x < 4$



$$-\frac{1}{4} = -1 \frac{1}{4} + 1$$

۱۳- تابع $g(x) = x^2 - 2x + 3$ را در نظر بگیرید. دامنه‌ای از آن را که می‌تواند یک به یک باشد، تعیین کرده سپس وارون آن

را بیابید. (۲ نمره) ص ۶۱

$$g(x) = x^2 - 2x + 1 + 3 - 1 \Rightarrow y = (x-1)^2 + 2$$

با محدود کردن دامنه به $D_g = [1, +\infty)$ تابع یک به یک می‌گردد. وارون آن عبارتست از:

$$y = (x-1)^2 + 2 \rightarrow (x-1)^2 = y-2 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} |x-1| = \sqrt{y-2} \xrightarrow{x \geq 1} x-1 = \sqrt{y-2} \\ \rightarrow x = \sqrt{y-2} + 1 \Rightarrow g^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1$$

۱۴- اگر $g = \{(-4, -7), (-2, -5), (0, -3), (3, 0), (5, 2)\}$ و $f = \{(-4, 13), (-1, 7), (0, 5), (\frac{5}{7}, 0), (3, -5)\}$

باشد، توابع $f - g$ و $\frac{f}{g}$ را به صورت زوج مرتب نمایش دهید. (۱ نمره) ص ۴۹ سوال ۵

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{-4, 0, 3\}$$

$$f-g = \{(-4, 20), (0, 8), (3, -5)\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = \{-4, 0, 3\} - \{3\} = \{-4, 0\}$$

$$\rightarrow \frac{f}{g} = \left\{ \left(-4, -\frac{13}{7}\right), \left(0, -\frac{5}{3}\right) \right\}$$

نمره ورقه به عدد:

نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده:

نام و نام خانوادگی مصمم:

نمره ورقه به حرف:

محل امضا

محل امضا