

نام:
نام خانوادگی:
پایه تحصیلی: کلاس:

شماره صندلی:

مدت زمان امتحان:

تاریخ امتحان:

نام امتحان:

بارم

۱/۲۵

۱- در یک دنباله هندسی، مجموع ۱۰ جمله اول، ۳۳ برابر مجموع ۵ جمله اول است. اگر جمله هفتم برابر ۱۶ باشد، جمله اول و قدرنسبت این دنباله را بیابید.

۱

۲- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\frac{\alpha^2}{\beta - 3} + \frac{\beta^2}{\alpha - 3}$ را بیابید.

۱

۳- معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌هایش از ۲ برابر ریشه‌های معادله $x^2 + x - 1 = 0$ یک واحد کمتر باشد.

۲/۲۵

۴- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4}$

ب) $\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x$

پ) $\sqrt{x+2} + 2x = 1$

۱/۵

۵- نمودار تابع $f(x) = |x^2 - 4x|$ را رسم کنید. سپس به روش هندسی جواب‌های معادله $f(x) = x$ را تعیین کنید.

۲

۶- به روی محور طول‌ها چه نقاطی وجود دارد که مجموع فاصله‌های آن‌ها از ۲ نقطه به طول‌های ۱- و ۳ روی محور طول‌ها، برابر ۶ باشد.

۱

۷- فاصله نقطه $A(-1, 2)$ از خط $8x + 6y = K - 1$ برابر $\frac{1}{5}$ است. K را بیابید.

۱

۸- نمودار تابع $y = x[x] - 1$ را در بازه $[-2, 2]$ رسم کنید.

۱

۹- تساوی توابع $f(x) = \sqrt{x^2(x^2 - 4)}$ و $g(x) = |x|\sqrt{x^2 - 4}$ را بررسی کنید.

۲

۱۰- اگر $f(x) = [x]$ و $g(x) = \sqrt{3-x}$ دامنه توابع $g \circ f$ و $\frac{g}{f}$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ضابطه تابع $f \circ g$ را بنویسید. مقدار $g \circ f\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$ را به دست آورید.

۱/۵

۱۱- برای توابع $f = \{(2, 0), (-1, 3), (4, 2), (1, -1)\}$ و $g = \{(-1, 6), (2, 3), (-4, 1), (1, 0)\}$ ، $\frac{1}{g}$ ، $g \circ f$ و $\frac{g}{f}$ را به دست آورید.

۱

۱۲- نمودار تابع f را رسم کنید. دامنه و برد تابع را تعیین کنید.

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x < 0 \\ 1 - \sqrt{x} & x > 0 \end{cases}$$

۱

۱۳- ضابطه تابع وارون تابع $\begin{cases} f : (-\infty, 1] \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 - 2x + 3 \end{cases}$ را به دست آورید.

۰/۵

۱۴- اگر $f = \{(-2, 4), (a, 2), (0, b), (5, 1)\}$ و $f \circ f(-2) = 2$ و $f^{-1}(-3) = 0$ مقادیر a و b را بیابید.

۱/۲۵

۱۵- نمودار تابع $y = 1 - 2^x$ را رسم کنید. دامنه و برد آن را تعیین کنید.

۰/۷۵

۱۶- نامعادله $(\frac{1}{3})^{x^2} \leq (\frac{1}{3})^{|x|}$ را حل کنید.

نام:

نام خانوادگی:

پایه تحصیلی: کلاس:

شماره صندلی:

مدت زمان امتحان:

تاریخ امتحان:

نام امتحان:

۱/۲۵

$$S_{10} = 33 S_5 \rightarrow \frac{a_1(q^{10} - 1)}{q - 1} = 33 \frac{a_1(q^5 - 1)}{q - 1} \rightarrow q^5 + 1 = 33 \rightarrow q = 2$$

$$a_6 = a_1 q^5 = 16 \rightarrow 64 a_1 = 16 \rightarrow a_1 = \frac{1}{4}$$

۱

-۲

$$\alpha + \beta = 3 \rightarrow \alpha - 3 = -\beta, \beta - 3 = -\alpha$$

$$\frac{\alpha^2}{-\alpha} + \frac{\beta^2}{-\beta} = -(\alpha + \beta) = -3$$

۱

-۳

$$\begin{aligned} x^2 + x - 1 &= 0 & \alpha + \beta &= -1 & \alpha\beta &= -1 \\ \begin{cases} x' = 2\alpha - 1 \\ x'' = 2\beta - 1 \end{cases} & & S = x' + x'' &= 2(\alpha + \beta) - 2 = -4 \\ & & P = x'x'' &= 4\alpha\beta - 2(\alpha + \beta) + 1 = -1 \\ x^2 + 4x - 1 &= 0 \end{aligned}$$

۲/۲۵

-۴

الف) $3x(x - 2) + 2(x^2 - 4) = (4x - 4)x$

$$3x^2 - 6x + 2x^2 - 8 = 4x^2 - 4x \quad x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x = 4 \quad \text{قابل قبول}$$

$$x = -2 \quad \text{غ ق ق}$$

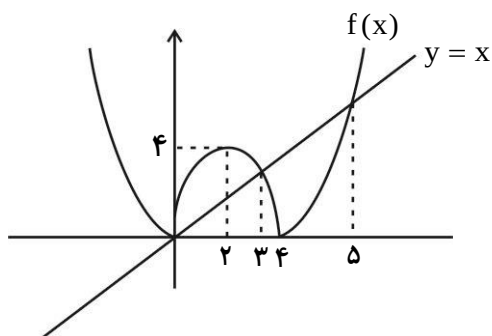
ب) $\frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} = (1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x}) \rightarrow \frac{1}{1 + \sqrt{x}} = 1 + \sqrt{x} \rightarrow 1 + \sqrt{x} = 1 \quad x = 0$

$$1 - \sqrt{x} = 0 \quad x = 1$$

پ) $\sqrt{x + 2} = 1 - 2x \quad x + 2 = 4x^2 - 4x + 1 \quad 4x^2 - 5x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{8} \rightarrow x = \frac{5 - \sqrt{41}}{8}$

۱/۵

-۵



$$x = 3$$

$$x = 5$$

$$x = 0$$

جوابهای معادله

بارم

-۶

$$|x-3| + |x+1| = 6$$

$$\begin{array}{lll} x \leq -1 & -x+3-x-1=6 & x=-2 \\ -1 \leq x < 3 & -x+3+x+1=6 & \text{غ ق ق} \\ x \geq 3 & x-3+x+1=6 & x=4 \end{array}$$

۱

-۷

$$8x + 6y - K + 1 = 0$$

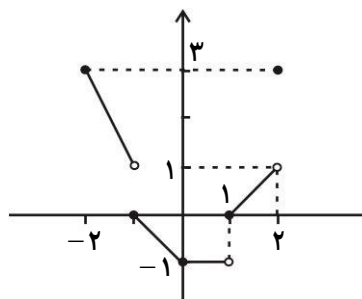
$$\frac{1}{5} = \frac{|-8+12-K+1|}{\sqrt{8^2+6^2}} \rightarrow |K-5|=2$$

$$K=7, 3$$

۱

-۸

$$\begin{array}{ll} -2 \leq x < -1 & y = -2x - 1 \\ -1 \leq x < 0 & y = -x - 1 \\ 0 \leq x < 1 & y = 0 \\ 1 \leq x < 2 & y = x - 1 \\ x = 2 & y = 3 \end{array}$$



۱

-۹

$$D_f : x^2(x^2 - 4) \geq 0 \rightarrow x \leq -2 \quad x \geq 2 \cup \{0\}$$

$$D_g : x^2 - 4 \geq 0 \quad x \leq -2 \quad x \geq 2$$

$$D_f \neq D_g \rightarrow f(x) \neq g(x)$$

۲

-۱۰

$$D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = 0\} \quad \mathbb{R}, x \leq 3 - \{0 \leq x < 1\} = (-\infty, 0) \cup [1, 3]$$

$$D_{\text{gof}} : \left\{ x \in D_f, f(x) \in D_g \right\}$$

$$\mathbb{R}, [x] \leq 3 \quad D_{\text{gof}} : (-\infty, 4)$$

$$x < 4 \quad \text{fog}(x) = f(\sqrt{3-x}) = [\sqrt{3-x}]$$

$$f\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = \left[\frac{-1}{\sqrt{2}}\right] = -1 \quad g(-1) = 2 \quad \text{gof}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = 2$$

۱/۵

-۱۱

$$\text{gof} = \{(4, 3), (1, 6)\}$$

$$\frac{1}{g} = \left\{ \left(-1, \frac{1}{2}\right), \left(2, \frac{1}{3}\right), (-4, 1) \right\}$$

$$\frac{g}{f} = \{(-1, 2), (1, 0)\}$$

نام:

نام خانوادگی:

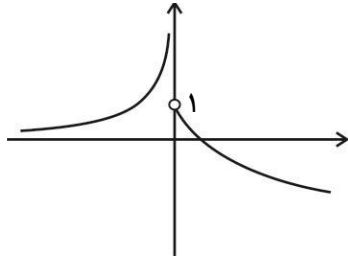
پایه تحصیلی: کلاس:

شماره صندلی:

مدت زمان امتحان:

تاریخ امتحان:

نام امتحان:



$$D_f : \mathbb{R} - \{0\}$$

$$R_f : \mathbb{R}$$

- ۱۲

- ۱۳

$$y = (x-1)^2 + 2 \quad (x-1)^2 = y-2 \quad x-1 = -\sqrt{y-2}$$

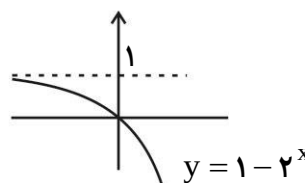
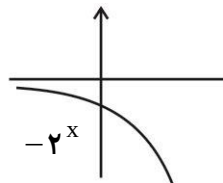
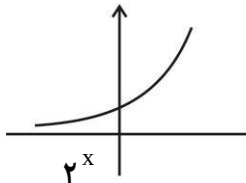
$$x = 1 - \sqrt{y-2} \rightarrow f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x-2}$$

- ۱۴

$$f^{-1}(-3) = 0$$

$$f(0) = -3 = b \quad f(-2) = 4 \quad f(4) = 2 \rightarrow a = 4$$

- ۱۵



$$D_f : \mathbb{R}$$

$$R_f : (-\infty, 1)$$

- ۱۶

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{|x|} \rightarrow x^2 \geq |x| \rightarrow |x|^2 - |x| \geq 0 \quad |x|(|x| - 1) \geq 0$$

$$|x| - 1 \geq 0 \rightarrow (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \cup \{0\}$$

$$x = 0$$