



نام :
نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : کلاس :

نوبل

شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

نام امتحان :

ردیف	این آزمون مشتمل بر ۱۳ سؤال و در ۴ صفحه می باشد. « لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید »	نمره
۱	جاهای خالی را با کلمات و عبارات ریاضی مناسب پر کنید. الف) دامنه تابع $f(x) = \frac{x-5}{x^2+6}$ برابر $\mathbb{R}$ است. ب) نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ از نواحی و و صفحه مختصات می گذرد. ج) از مجموعه $\{a, b\}$ به مجموعه $\{c, d, e\}$ می توان به تعداد $3^2 = 9$ تابع مختلف نوشت. د) هم دامنه تابع را می توان هر مجموعه دلخواهی شامل 2^2 تابع در نظر گرفت. ز) برد تابع $f(x) = x^2$ تحت دامنه $[-2, 3]$ برابر با $[0, 9]$ است.	۲
۲	جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت $a_n = 3 \times 2^n$ می باشد. مجموع ۷ جمله ی اول آن را بدست آورید. $a_1 = 3 \times 2 = 4$ $a_2 = 3 \times 4 = 12$ $a_3 = 3 \times 8 = 24$ $S_7 = \frac{a(q^7-1)}{q-1} = \frac{4(2^7-1)}{2-1} = 4(127)$ $\rightarrow S_7 = 508$ $\rightarrow \begin{cases} a=4 \\ q=2 \end{cases}$	۱/۲۵
۳	جمله ی نخست یک دنباله حسابی برابر ۵ و جمله ی آخر ۲۰ می باشد. اگر مجموع جملات این دنباله حسابی ۲۵۰ باشد، تعداد جملات آن را بدست آورید. $a = 5$ $a_n = 20 \rightarrow a + (n-1)d = 20 \rightarrow 5 + (n-1)d = 20 \rightarrow (n-1)d = 15$ $S_n = 250 \rightarrow \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) = 250 \rightarrow \frac{n}{2}(10 + 15) = 250$ $\rightarrow \frac{n}{2}(25) = 250 \rightarrow \frac{n}{2} = 20 \rightarrow n = 40$	۱/۲۵

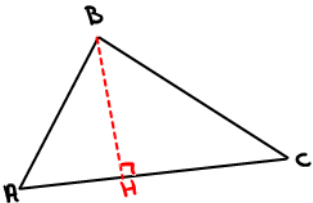
۱/۲۵	۴ در معادله $x^2 - 10x + 10k + 1 = 0$ یکی از ریشه ها ۴ واحد از دیگری بیشتر است. مقدار k را بیابید. $\alpha = \beta + 4$ $S = -\frac{b}{a} = 10$ $P = \frac{c}{a} = 10k + 1$ $\alpha + \beta = 10 \rightarrow \beta + 4 + \beta = 10 \rightarrow 2\beta + 4 = 10 \rightarrow 2\beta = 6 \rightarrow \beta = 3$ $\alpha = 7$ $\alpha \cdot \beta = 10k + 1 \rightarrow 21 = 10k + 1 \rightarrow 20 = 10k \rightarrow \boxed{k = 2}$	۴
۱/۵	۵ هر یک از معادلات زیر را حل کنید. الف) $(x^2 - 1)^2 - (x^2 - 1) = 6$ $x^2 - 1 = t$: $t^2 - t - 6 = 0 \rightarrow (t - 3)(t + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -2 \end{cases}$ $t = 3 \rightarrow x^2 - 1 = 3 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$ $t = -2 \rightarrow x^2 - 1 = -2 \rightarrow x^2 = -1$ غ	۵
۱	ب) $4 - 2x = x - 5$ $\begin{cases} 4 - 2x = x - 5 \rightarrow 9 = 3x \rightarrow x = 3 \\ 4 - 2x = 5 - x \rightarrow -1 = x \rightarrow x = -1 \end{cases}$	
۱/۲۵	ج) $\frac{x}{x-3} + \frac{3}{x-1} = 5$ $x(x-1) + 3(x-3) = 5(x-3)(x-1)$ $x^2 - x + 3x - 9 = 5x^2 - 12x + 15 \rightarrow 4x^2 - 22x + 24 = 0$ $\div 2 \rightarrow 2x^2 - 11x + 12 = 0$ $\Delta = 121 - 96 = 25$, $\frac{11 \pm 5}{2}$ $\begin{cases} x = 4 \checkmark \\ x = \frac{3}{2} \checkmark \end{cases}$	
۱/۲۵	د) $2x = \sqrt{3 - 2x} + 1$ $\sqrt{3 - 2x} = 2x - 1$ $\xrightarrow{\text{طرفین توان دوم}} 3 - 2x = 4x^2 - 4x + 1$ $\rightarrow 4x^2 - 2x - 2 = 0$ $\xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x = 1 \checkmark \\ x = -\frac{1}{2} \times \end{cases}$	

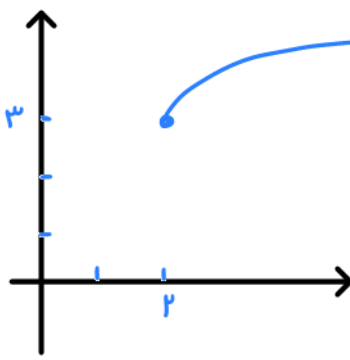
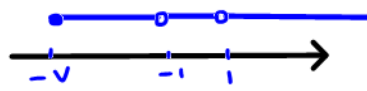
شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

نام امتحان :

۶	ضابطه تابع مقابل را بدون استفاده از قدرمطلق بنویسید. $y = 2x - 5 - x $ $5 - x = 0 \rightarrow x = 5$ $y = \begin{cases} 2x - 5 + x = 3x - 5 & x < 5 \\ 2x + 5 - x = x + 5 & x \geq 5 \end{cases} \rightarrow y = \begin{cases} 3x - 5 & x < 5 \\ x + 5 & x \geq 5 \end{cases}$
۷	مقدار m را طوری بیابید که دو خط زیر موازی باشند. $y + 1 = 5x \rightarrow m = 5$ $(2m + 1)x + 4y = 3 \rightarrow m' = \frac{-(2m + 1)}{4}$ شرط موازی بودن : $m = m' \rightarrow \frac{-(2m + 1)}{4} = 5 \rightarrow -2m - 1 = 20$ $\rightarrow 2m = -21 \rightarrow m = \frac{-21}{2}$
۸	سه راس مثلثی $A(-2, 4)$ و $B(4, 3)$ و $C(1, -2)$ هستند. طول ارتفاع BH را بدست آورید.  معادله AC $\begin{cases} m_{AC} = \frac{-2-4}{1-(-2)} = \frac{-6}{3} = -2 \\ C(1, -2) \end{cases}$ $y - (-2) = -2(x - 1) \rightarrow y + 2 = -2x + 2$ $\rightarrow 2x + y = 0$ معادله AC $BH = \frac{ 2(4) + 3 }{\sqrt{4 + 1}} = \frac{11}{\sqrt{5}}$
۹	اگر دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \frac{3x-1}{x^2-ax-b}$ به صورت $D = R - \{1, 2\}$ باشد، مقادیر a و b را بدست آورید. $f(x) = \frac{3x-1}{x^2-ax-b} = \frac{3x-1}{(x-1)(x-2)} = \frac{3x-1}{x^2-3x+2}$ $\rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -2 \end{cases}$

۱۰	به کمک نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ نمودار تابع $y = 3 + \sqrt{x-2}$ را رسم کنید. سپس دامنه و برد آن را مشخص نمایید.  $D: [2, +\infty)$ $R: [3, +\infty)$
۱۱	اگر توابع $f(x) = \sqrt{x+7}$ و $g(x) = x^2 - 1$ داده شده باشند مطلوبست: الف) محاسبه مقدار $(g + 2f)(2)$ $g(2) = 4 - 1 = 3$ ، $f(2) = \sqrt{2+7} = 3$ $(g + 2f)(2) = g(2) + 2f(2) = 3 + 2(3) = 9$ ب) تعیین دامنه f و g و دامنه $\frac{f}{g}$ (به کمک تعریف) $D_f: x \geq -7$ ، $D_g = \mathbb{R}$ $D_{\frac{f}{g}}: D_f \cap D_g - \{g(x) = 0\} = x \geq -7 - \{-1\}$ 
۱۲	آیا دو تابع $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ و $g(x) = \frac{x+2}{x-2}$ برابرند؟ چرا؟ سؤ ۱: $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$ $D_g = \mathbb{R} - \{2\}$ سؤ ۲: $f(0) = \frac{-4}{-2} = 2$ $g(0) = \frac{2}{-2} = -1$ $\rightarrow f(0) \neq g(0)$ سؤ ۳: $f \neq g$ (برترسیت نیست)
۱۳	دامنه تابع $f(x) = \frac{5x-3}{[2x]-4}$ را بدست آورید. $[2x] - 4 = 0 \rightarrow [2x] = 4$ $\rightarrow 4 \leq 2x < 5 \rightarrow 2 \leq x < \frac{5}{2}$ $D_f = \mathbb{R} - [2, \frac{5}{2})$