

• مشخصات فردی •

نام :

نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : کلاس :

• اداره کل آموزش و پرورش آذربایجان شرقی •
آموزش و پرورش ناحیه سه تبریز
مجتمع آموزشی غیر دولتی

نوبل

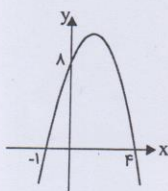
شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

نام امتحان :

۱) معادله سهمی زیر را بنویسید. (۱٫۵ نمره)



۲) معادله زیر را حل کنید. (۱٫۵ نمره)

$$\sqrt{5x+6} - \sqrt{x+2} = 2$$

۳) دامنه تابع $f(x) = \frac{x-4}{x^3+2x^2-x-2}$ به صورت $\mathbb{R} - \{1, a, b\}$ است. حاصل $a \cdot b$ را بیابید. (۱٫۵ نمره)

۴) جواب معادله زیر را به دست آورید. (۱٫۵ نمره)

$$\frac{x^2}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = 2x-1$$

۵) اگر مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی، از رابطه $S_n = 2n^2 + 3n$ به دست آید، جمله عمومی این دنباله را به دست آورید. (۱ نمره)

۶) دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{-x^2+4x+5}}{\sqrt{x^2-3x+2}}$ را به دست آورید. (۱ نمره)

۷) معادلات دو ضلع یک مربع به صورت $2x - y = \frac{9}{4}$ و $2y - 4x = 1$ است. مساحت مربع چقدر است؟ (۱٫۵ نمره)

۸) اگر دو تابع $f(x) = ax + b$ و $g(x) = \begin{cases} \frac{4x^2-1}{2x+1} & ; x \neq c \\ d & ; x = c \end{cases}$ برابر باشند، مقادیر a, b, c و d را به دست آورید. (۱٫۵ نمره)

۹) نمودار تابع $y = 2x + [x]$ را در بازه $[-2, 2]$ رسم کنید. (۱٫۵ نمره)

۱۰) به روش هندسی نامعادله $|x-1| \leq x+1$ را حل کرده و مجموعه جواب را به صورت بازه نشان دهید. (۱٫۵ نمره)

۱۱) برد تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3}$ را تعیین کنید. (۱,۵ نمره)

۱۲) نقطه $A(-1, 4)$ رأس یک مستطیل و خطوط $2x - y = 9$ و $x + 2y = 14$ ، معادله دو ضلع آن هستند. مساحت این مستطیل را به دست آورید. (۱,۵ نمره)

۱۳) نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; x < 0 \\ 1 - \sqrt{x} & ; x \geq 0 \end{cases}$ را رسم کنید و برد آن را به دست آورید. (۱,۵ نمره)

۱۴) اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 - 5x + 4 = 0$ باشند، حاصل عبارت $4(\alpha\beta^4 + \beta\alpha^4)$ را به دست آورید.

(۱,۵ نمره)

$$y = k(x+1)(x-4) \xrightarrow{A(0,1)} k(0+1)(0-4) = 1 \quad (\text{سوال ۱})$$

$$\Rightarrow -4k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{4}(x+1)(x-4) = -\frac{1}{4}(x^2 - 3x - 4) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + 1$$

$$\sqrt{4x+5} - \sqrt{x+2} = 2 \xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم}} 4x+5 - 2\sqrt{(4x+5)(x+2)} + x+2 = 4 \quad (\text{سوال ۲})$$

$$\Rightarrow 4x+5 - 2\sqrt{4x^2+13x+10} + x+2 = 4 \Rightarrow 5x+7 - 2\sqrt{4x^2+13x+10} = 4$$

$$\Rightarrow -2\sqrt{4x^2+13x+10} = -5x-3 \xrightarrow{\div (-2)} \sqrt{4x^2+13x+10} = \frac{5x+3}{2} \xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم}}$$

$$4x^2+13x+10 = \frac{25x^2+30x+9}{4} \Rightarrow 16x^2+52x+40 = 25x^2+30x+9 \Rightarrow 9x^2-22x-31=0 \xrightarrow{\div 1} x^2-2x-3=0 \Rightarrow x^2-x-1=0 \Rightarrow \Delta=5$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \begin{cases} \rightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} & \text{قبول} \\ \rightarrow x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} & \text{رد} \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{x-4}{x^2+2x^2-x-2} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1, a, b\} \Rightarrow g(x) = x^2+2x^2-x-2 \quad (\text{سوال ۳})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} g(1)=0 \\ g(a)=0 \\ g(b)=0 \end{cases}$$

$$g(x) = x^2(x+2) - (x+2) = (x+2)(x^2-1)$$

$$\Rightarrow g(x) = (x-1)(x+1)(x+2) \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \rightarrow x=-1 \\ x+2=0 \rightarrow x=-2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a=-1, b=-2 \text{ و } a=-2, b=-1$$

$$\Rightarrow ab = (-1)(-2) = 2$$

$$S_n = 2n^2+3n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] = \frac{n}{2} [a_1 + a_n] \xrightarrow{S_1=a_1} S_1=a_1 = 2(1)^2+3(1)=5 \quad (\text{سوال ۴})$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} [5 + a_n] = n(2n+3) \xrightarrow{\text{از دو طرف با n ضرب و ساده کنیم}} \frac{1}{2} [5 + a_n] = 2n+3 \xrightarrow{\times 2} 5 + a_n = 4n+6 \Rightarrow a_n = 4n+1$$

$$\Rightarrow a_n = 4n+1$$

$$\frac{x^r}{x^r-1} - \frac{x-1}{x+1} = r_{x-1} \rightarrow \log_{x^r-1} x = r_{x-1} = (x-1)(x+1) \quad (\text{سؤال 5})$$

$$\Rightarrow (x^r-1) \times \left(\frac{x^r}{x^r-1} - \frac{x-1}{x+1} = r_{x-1} \right) \times (x^r-1) = x^r - (x-1)^r = (r_{x-1})(x^r-1)$$

$$\Rightarrow x^r - (x^r - rx + 1) = rx^r - rx - x^r + 1 \Rightarrow x^r - x^r + rx - 1 = rx^r - rx - x^r + 1$$

$$\Rightarrow rx^r - x^r - rx + 1 = 0 \rightarrow x^r(r_{x-1}) - r(r_{x-1}) = 0 \rightarrow (r_{x-1})(x^r - r) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r_{x-1} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{r} & \text{و و} \\ x^r - r = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt[r]{r} & \text{و و} \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{-x^2 + rx + 5}}{\sqrt{x^2 - rx + r}} \rightarrow \begin{cases} 1) -x^2 + rx + 5 \geq 0 \rightarrow [-1, 5] & \text{①} \\ 2) x^2 - rx + r > 0 \rightarrow \mathbb{R} - [1, r] & \text{②} \end{cases} \quad (\text{سؤال 6})$$

$$\Rightarrow D_f = \text{①} \cap \text{②} = [-1, 1) \cup (r, 5]$$

$$\begin{cases} rx - y = \frac{9}{r} \rightarrow rx - y = \frac{9}{r} \xrightarrow{\times (-1)} y - rx = -\frac{9}{r} & \text{②} \\ ry - rx = 1 \xrightarrow{\div r} y - rx = \frac{1}{r} & \text{①} \end{cases} \quad (\text{سؤال 7})$$

دو خط ① و ② موازی هستند یا نه؟ است فاصله آن ها را بیابیم:

$$d = \text{فاصله} = \frac{|\frac{1}{r} + \frac{9}{r}|}{\sqrt{1 + (-r)^2}} = \frac{d}{\sqrt{d}} = \frac{d\sqrt{d}}{d} = \sqrt{d} \rightarrow d = (\sqrt{d})^2 = 0$$

$$f(x) = ax + b, \quad g(x) = \begin{cases} \frac{fx^r - 1}{rx + 1}, & x \neq c \\ d, & x = c \end{cases} \Rightarrow f(x) = g(x) \quad (\text{سؤال 8})$$

$$\Rightarrow rx + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{r} = c \Rightarrow g(x) = \begin{cases} \frac{(rx-1)(rx+1)}{rx+1}, & x \neq -\frac{1}{r} \\ d, & x = -\frac{1}{r} \end{cases} \Rightarrow g(x) = \begin{cases} rx-1, & x \neq -\frac{1}{r} \\ d, & x = c \end{cases}$$

$$ax + b = rx - 1 \Rightarrow \begin{cases} a = r \\ b = -1 \end{cases}$$

$$d = f(-\frac{1}{r}) = r(-\frac{1}{r}) - 1 = -1 - 1 = -2$$

(سؤال 9)

$$y = 2x + [x] \quad [-2, 2]$$

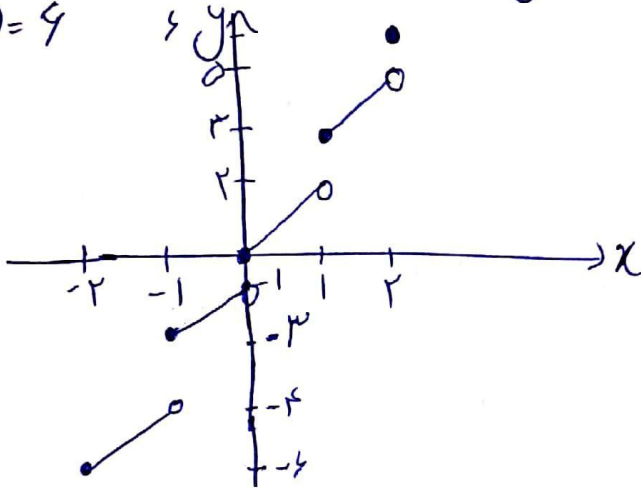
$$-2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \Rightarrow y = 2x - 2, A \begin{vmatrix} -2 \\ -4 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} -1 \\ -4 \end{vmatrix}$$

$$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \Rightarrow y = 2x - 1, A' \begin{vmatrix} -1 \\ -3 \end{vmatrix}, B' \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = 2x, C \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}, D \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$1 \leq x \leq 2 \rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = 2x + 1, E \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}, F \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$f(x) = 6$$

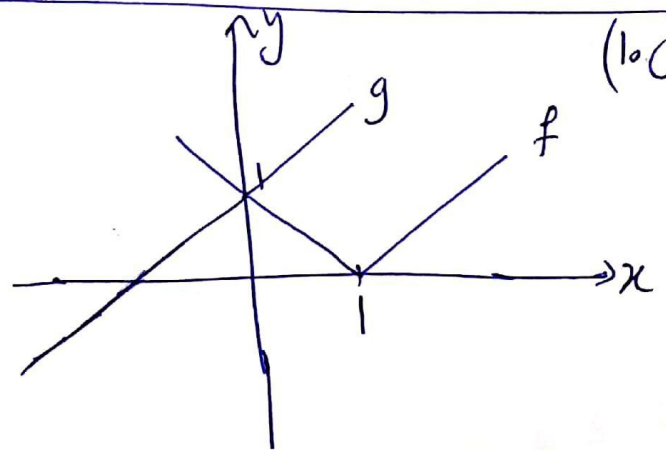


$$\underbrace{|x-1|}_{f(x)} \leq \underbrace{x+1}_{g(x)} \Rightarrow f(x) = |x-1|$$

$$g(x) = x+1$$

نقطتي (ن=0) جواب مسئل معادلتی f(x)=g(x) است پس

$$\Rightarrow f(x) \leq g(x) \Rightarrow [0, 1)$$



(سؤال 10)

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} \rightarrow \sqrt{x} f(x) - 3 f(x) = \sqrt{x} + 2 \Rightarrow \sqrt{x} f(x) - \sqrt{x} = 3 f(x) + 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} (f(x) - 1) = 3 f(x) + 2 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{3 f(x) + 2}{f(x) - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{3 f(x) + 2}{f(x) - 1} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = -\frac{2}{3} \rightarrow \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} = -\frac{2}{3} \Rightarrow 3\sqrt{x}+4 = -2\sqrt{x}+6 \\ f(x) = 1 \rightarrow \text{ق.ع.ع} \end{cases} \Rightarrow 5\sqrt{x} = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow [0, +\infty)$$

(سؤال 11)

$$A \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 9 & (1) \\ x + 2y = 14 & (2) \end{cases}$$

سؤال 12) خطوط (1) و (2) برهم عمودند $m_1 = \frac{-1}{m_2}$

$$A \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix} \quad \mu$$

نقطه A در صیغ لارام از معادلات (1) و (2) صدق نمی کند پس داریم:

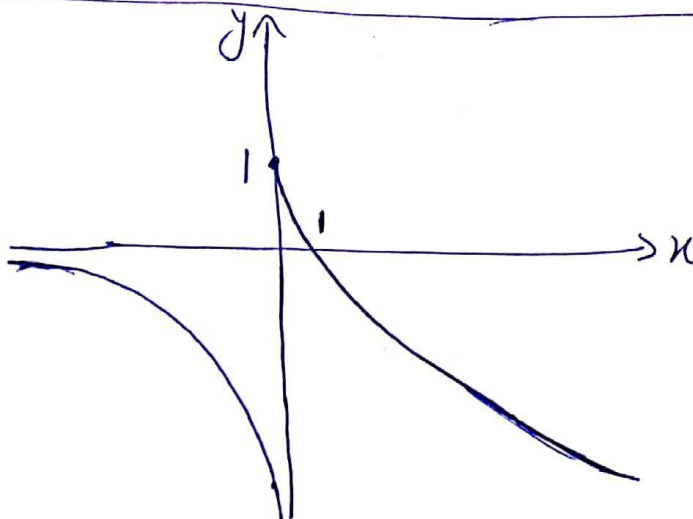
$$\rightarrow \mu = \frac{|2(-1) - (1) - 9|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{0}{\sqrt{5}} = 0$$

$$\rightarrow k = \frac{|-1 + 2(1) - 14|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|-1 + 1 - 14|}{\sqrt{5}} = \frac{14}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow S = \mu k = 0 \times \frac{14}{\sqrt{5}} = 0$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , x < 0 \\ 1 - \sqrt{x} & , x \geq 0 \end{cases}$$

سؤال 13)



$$D_f = R_f = (-\infty, 1]$$

$$x^2 - dx + c = 0$$

$$r(\alpha\beta^r + \beta\alpha^r) = r\alpha\beta(\beta^r + \alpha^r)$$

سؤال 14)

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{(-d)}{1} = d \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{r}{1} = r \end{cases}$$

$$\Rightarrow r\alpha\beta((\alpha + \beta)^r - r\alpha\beta(\alpha + \beta))$$

$$\Rightarrow r(\alpha\beta^r + \beta\alpha^r) = r(r)\left(\left(\frac{d}{1}\right)^r - r(r)\left(\frac{d}{1}\right)\right)$$

$$= 1\left(\frac{140}{1} - 10\right) = 1\left(\frac{d}{1}\right) = d$$