



نوبل

نام:

نام خانوادگی:

پایه تحصیلی: کلاس:

شماره صندلی:

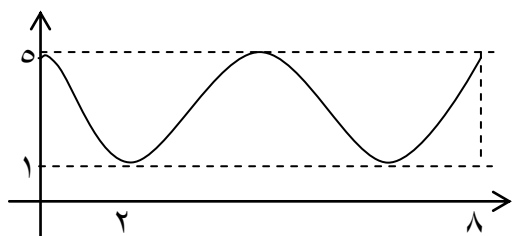
مدت زمان امتحان:

تاریخ امتحان:

نام امتحان:

۲	تابع $f(x) = x^2 - 4x$ مفروض است. ابتدا نمودار را ۲ واحد به سمت راست و سپس نسبت به محور y ها قرینه می نماییم. در ادامه طول نقاط را نصف می کنیم و سپس شکل را ۲ واحد در راستای مثبت محور y ها جابجا می نماییم و سپس نسبت به محور طول ها قرینه می نماییم. ضابطه تابع جدید را بیابید.	۱
۲	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ مفروض باشند. الف) دامنه تابع fog را به کمک تعریف به دست آورید. ب) مقدار $\text{gof}(2)$ را بیابید.	۲
۲/۲۵	با رسم نمودار توابع زیر مشخص نمایید در چه بازه هایی صعودی و نزولی هستند. (۱) $y = x^2 x $ (۲) $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 7$ (۳) $y = \frac{ x }{x} x^2 - 4x $	۳

۱/۲۵	اگر $f(x) = x^2 - 6x + 1$ با شرط $x > 3$ ضابطه تابع معکوس را بدست آورید.	۴
۰/۵	کدام درست و کدام نادرست می باشد. (۱) تابع $y = \tan x$ روی دامنه خود یکنوا می باشد. (۲) اگر f وارون پذیر باشد همواره $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f$.	۵
۱/۲۵	دوره تناوب تابع $f(x) = (C.s^4 x - \sin^4 x) \sin^2 x$ را بدست آورید.	۶
۲	معادله مثلثاتی $C.sx(2C.sx - 9) = 0$ را حل نمایید.	۷
۱/۷۵	شکل زیر قسمتی از نمودار $y = aC.s(b\pi x) + 3$ می باشد. $a + b$ را بدست آورید.	۸
۱	مقدار $\tan 15^\circ + C.T 15^\circ$ را بدست آورید.	۹



۵	حدود زیر را بدست آورید. (۱) $\lim_{x \rightarrow \frac{\sqrt{2}\pi^+}{3}} [C \cdot \sin x + 1]$ حد (۲) $\lim_{x \rightarrow \frac{\sqrt{2}\pi^-}{4}} \frac{\sin x - C \cdot \sin x}{\sin x + C \cdot \sin x}$ حد (۳) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{2x-1}}{x^2 + 2x^2 - 3}$ حد (۴) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \frac{2}{x}}{2x^2 - 4x + \frac{1}{x}}$ حد (۵) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - (1 - \frac{2}{x})^2}{\frac{2}{x}}$ حد	۱۰
۱	تابع $f(x)$ مفروض است. نمودار آن را به گونه ای رسم نمایید که در شرایط زیر صدق نماید. $f(0) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f = -1$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f = 1$ و $\lim_{x \rightarrow 2} f = +\infty$	۱۱

نام:

نام خانوادگی:

پایه تحصیلی: کلاس:

شماره صندلی:

مدت زمان امتحان:

تاریخ امتحان:

نام امتحان:

تابع $f(x) = x^2 - 4x$ مفروض است. ابتدا نمودار را ۲ واحد به سمت راست و سپس نسبت به محور y ها قرینه می نماییم. در ادامه طول نقاط را نصف می کنیم و سپس شکل را ۲ واحد در راستای مثبت محور y ها جابجا می نماییم و سپس نسبت به محور طول ها قرینه می نماییم. ضابطه تابع جدید را بیابید.

$$\begin{aligned} y &= f(x) \rightarrow y = f(x-2) \rightarrow y = f(-x-2) \rightarrow y = f(-2x-2) \\ &\rightarrow y = f(-2x-2)+2 \rightarrow y = -(f(-2x-2)+2) = -f(-2x-2)-2 \\ y &= -((-2x-2)^2 - 4(-2x-2)) - 2 = -6x^2 - 16x - 12 \end{aligned}$$

اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ مفروض باشند.

$$D_f: x \geq 1 \quad D_g: x \in \mathbb{R}$$

الف) دامنه تابع $f \circ g$ را به کمک تعریف به دست آورید.

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \in [1, \infty)\} = A \cap B$$

$$B: 2x^2 - 1 \geq 1 \rightarrow x^2 \geq 1 \rightarrow x \geq 1 \vee x \leq -1$$

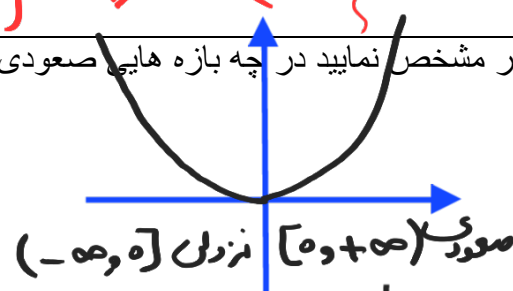
$$D_{f \circ g} = A \cap B = \mathbb{R} \cap \{x \geq 1 \vee x \leq -1\} = x \geq 1 \vee x \leq -1$$

ب) مقدار $\text{gof}(2)$ را بیابید.

$$g(f(2)) = g(1) = 1$$

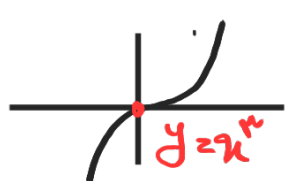
با رسم نمودار توابع زیر مشخص نمایید در چه بازه هایی صعودی و نزولی هستند.

$$y = x^2|x| = \begin{cases} x^3 & \text{و } x \geq 0 \\ -x^3 & \text{و } x < 0 \end{cases}$$

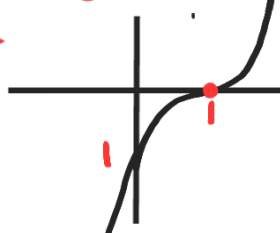


$$y = x^2|x| \quad (1)$$

$$y = (x-1)^3 + 8$$

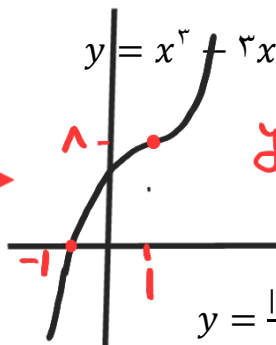


$$y = (x-1)^3$$

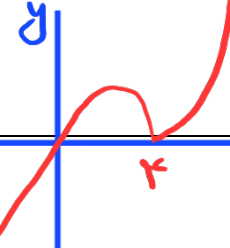


$$y = x^3 + 3x^2 + 3x + 7 \quad (2)$$

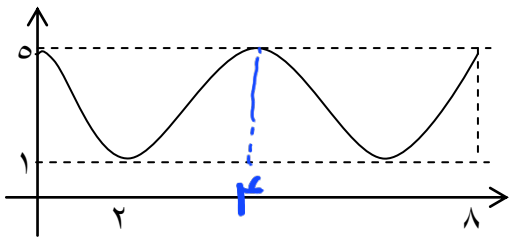
$$y = (x-1)^3 + 8$$

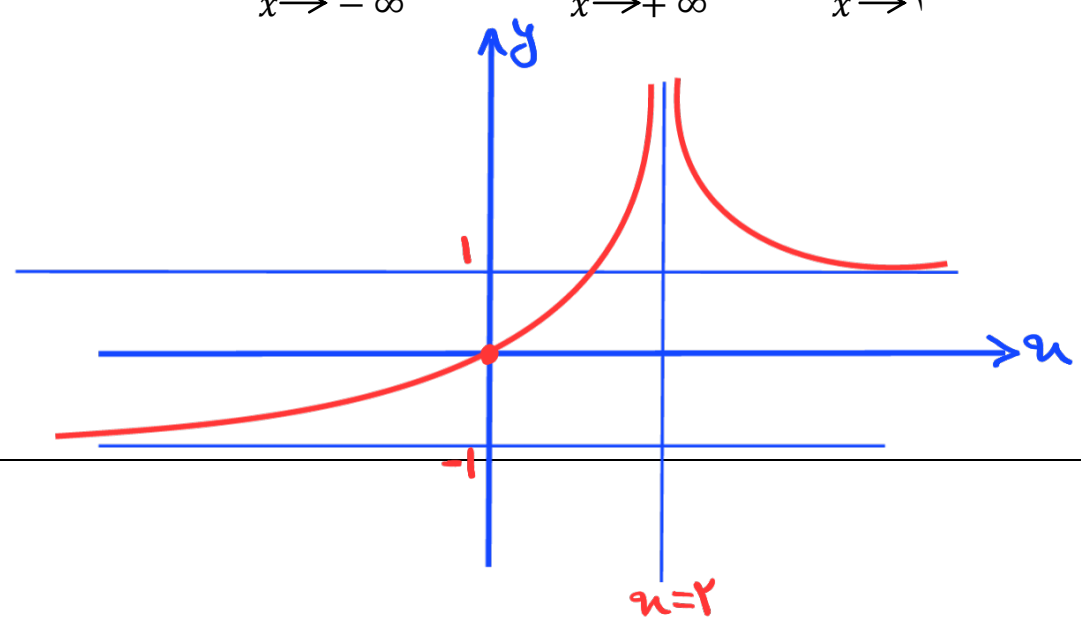


$$y = \frac{|x|}{x} |x^2 - 4x| \quad (3)$$



$$y = \begin{cases} -(x^2 - 4x) & x \leq 0 \\ -(x^2 - 4x) & 0 < x < 2 \\ x^2 - 4x & x \geq 2 \end{cases}$$

۱/۲۵	اگر $f(x) = x^2 - 6x + 1$ با شرط $x > 3$ ضابطه تابع معکوس را بدست آورید. $f(u) = y = (u-3)^2 - 1$, $u > 3 \rightarrow (u-3)^2 > 0 \rightarrow y > -1$ $y+1 = (u-3)^2 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} u-3 = \sqrt{y+1} \xrightarrow{u>3} u-3 = \sqrt{y+1}$ $u = 3 + \sqrt{y+1} \xrightarrow{u \leftrightarrow y} f^{-1}(u) = 3 + \sqrt{u+1} \text{ و } u > -1$	۴
۰/۵	(۱) تابع $y = \tan x$ روی دامنه خود یکنوا می باشد. $\times$ غ (۲) اگر f وارون پذیر باشد همواره $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f$. $\times$ غ شماره این توی: بدست = دامنه	۵
۱/۲۵	دوره تناوب تابع $f(x) = (C.s^2 x - \sin^2 x) \sin^2 x$ را بدست آورید. $y = (\cos^2 u - \sin^2 u)(\cos^2 u + \sin^2 u) \sin^2 u = \cos^2 u \sin^2 u$ $y = \frac{1}{4} \sin^2 2u \rightarrow T = \frac{2\pi}{ 4 } = \frac{\pi}{2}$	۶
۲	معادله مثلثاتی $C.sx(2C.sx - 9) = 0$ را حل نمایید. $y = 2\cos^2 u - 9\cos u - 2 = 0 \rightarrow \Delta = 81 + 16 = 97$ $\cos u = \frac{9 \pm \sqrt{97}}{4} \rightarrow \begin{cases} \cos u = 2 \times \\ \cos u = -\frac{1}{4} = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow u = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$	۷
۱/۷۵	شکل زیر قسمتی از نمودار $y = aC.s(b\pi x) + 3$ می باشد. $a+b$ را بدست آورید. $a = \frac{\max - \min}{2} = \frac{5-1}{2} = 2 \xrightarrow{\text{مقدار موج}} a=2$ $2T = 8 \rightarrow T = 4 = \frac{2\pi}{ b\pi } \rightarrow b = \frac{1}{4} \rightarrow b = \pm \frac{1}{4} \rightarrow \text{کم منفی خورا}$ و هر مقدار برای b قابل قبول است. $y = 2\cos \frac{\pi}{4} u = 2\cos -\frac{\pi}{4} u$ $a+b = 2, 5 \text{ و } 1, 5$ 	۸
۱	مقدار $\tan 10^\circ + C.T 10^\circ$ را بدست آورید. $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$ $\frac{\sin 10}{\cos 10} + \frac{\cos 10}{\sin 10} = \frac{\sin^2 10 + \cos^2 10}{\sin 10 \cos 10} = \frac{1}{\sin 10 \cos 10} = \frac{2}{\sin 20} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$	۹

	حدود زیر را بدست آورید. $\lim_{n \rightarrow \frac{r\pi}{r}^+} [r \cos n + 1] = [r \cos(\frac{r\pi}{r}) + 1] =$ $= [r(-\frac{1}{r}) + 1] = [0] = -1$ $\lim_{x \rightarrow \frac{r\pi}{r}^+} [r \cos x + 1] =$ $\cos \frac{r\pi}{r}^+ < \cos \frac{r\pi}{r}$	
۵	$\lim_{n \rightarrow \frac{r\pi}{r}^-} \frac{\sin n - \cos n}{\sin n + \cos n} = \frac{\sin \frac{r\pi}{r} - \cos \frac{r\pi}{r}}{\sin \frac{r\pi}{r} + \cos \frac{r\pi}{r}} = \frac{\frac{\sqrt{r}}{r} + \frac{\sqrt{r}}{r}}{(\frac{\sqrt{r}}{r}) + (-\frac{\sqrt{r}}{r})}$ $= \frac{\sqrt{r}}{0^+} = +\infty$ $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{r}n - 1}{n^r + r n^r - r} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{n \rightarrow 1} \frac{(1 - \sqrt{r}n - 1)(1 + \sqrt{r}n - 1)}{(n-1)(n^r + r n^r + r)(1 + \sqrt{r}n - 1)}$ $= \lim_{n \rightarrow 1} \frac{(1 - r n + 1) = -r(n-1)}{(n-1)(n^r + r n^r + r)(r)} = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{-r}{(n^r + r n^r + r)(r)} = \frac{1}{r}$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^r}{r n^r} = \frac{1}{r}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - (1 - \frac{q}{n} + \frac{r}{n^r} - \frac{r}{n^r})}{\frac{r}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{q}{n}}{\frac{r}{n}} = \frac{q}{r}$ $\lim_{x \rightarrow \frac{r\pi}{r}^+} \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} =$ $\lim_{x \rightarrow \frac{r\pi}{r}^+} \frac{1 - \sqrt{r}x - 1}{x^r + r x^r - r} =$ $\lim_{x \rightarrow \frac{r\pi}{r}^+} \frac{x^r + \frac{r}{x}}{r x^r - \frac{r}{x} + \frac{1}{x}} =$ $\lim_{x \rightarrow \frac{r\pi}{r}^+} \frac{1 - (1 - \frac{r}{x})^r}{\frac{r}{x}} = \frac{0}{0}$	۱۰
۱	تابع $f(x)$ مفروض است. نمودار آن را به گونه ای رسم نمایید که در شرایط زیر صدق نماید. $f(\cdot) = \cdot$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f = -1$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f = 1$ و $\lim_{x \rightarrow r} f = +\infty$ 	۱۱