

نام :
نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : کلاس :

شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

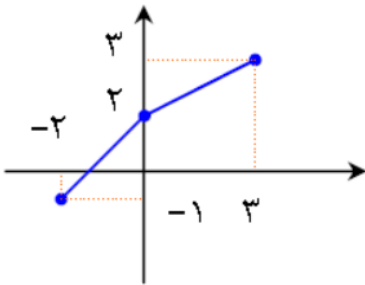
تاریخ امتحان :

نام امتحان :

سوال ۲ : نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ 2 & -1 \leq x < 1 \\ x^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$ را رسم کرده و بازه هایی که در آن صعودی و یا نزولی است را مشخص کنید. (۱/۵ نمره)

سوال ۳ : دو تابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ را در نظر بگیرید. دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. (۱/۲۵ نمره)

سوال ۴ : با استفاده از نمودار تابع f که در زیر داده شده است، نمودار تابع $y = -f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را مشخص نمایید. (۱/۲۵ نمره)

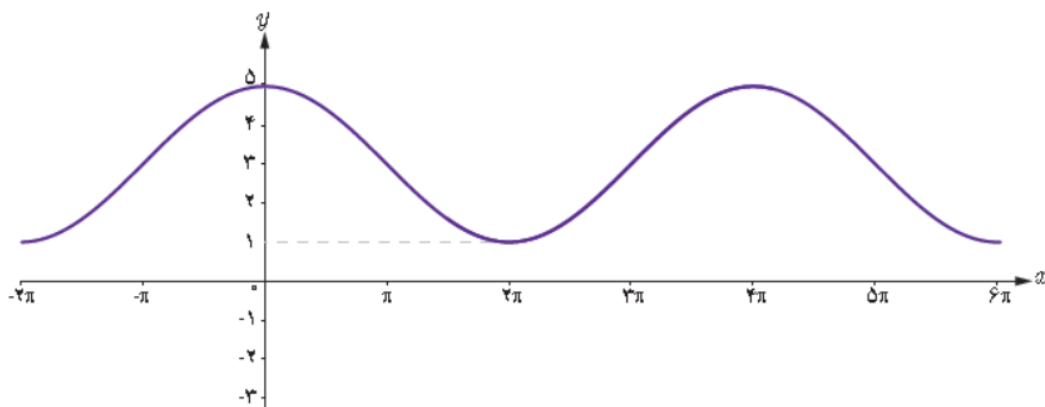


سوال ۵ : نشان دهید توابع $g(x) = 8 + x^2$ با دامنه $x \leq 0$ و تابع $f(x) = -\sqrt{x-8}$ وارون هم می باشند. (۱/۲۵ نمره)

سوال ۶ : ابتدا دامنه تابع $y = x^2 + 2x$ را محدود کنید تا به تابعی یک به یک تبدیل شود سپس ضابطه وارون آن را به همراه دامنه تابع وارون تعیین کنید. (۱/۲۵ نمره)

سوال ۷ : دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -3 \cos(2\pi x) + 1$ را به دست آورید؟ (۱ نمره)

سوال ۸ : ضابطه تابع زیر را بنویسید. (۱/۵ نمره)



سوال ۹ : سینوس زاویه ۱۵ درجه را محاسبه کنید. (۱ نمره)

سوال ۱۰ : معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را حل کنید. (۱/۵ نمره)

سوال ۱۱ : حاصل حدهای زیر را بیابید؟ (۳ نمره)

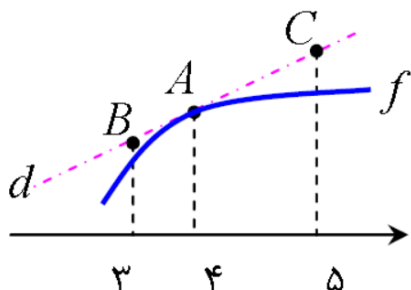
الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$

پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - 2x + 1}{-2x + 3}$

سوال ۱۲ : با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ را در $x = -1$ محاسبه کنید. (۱/۵ نمره)

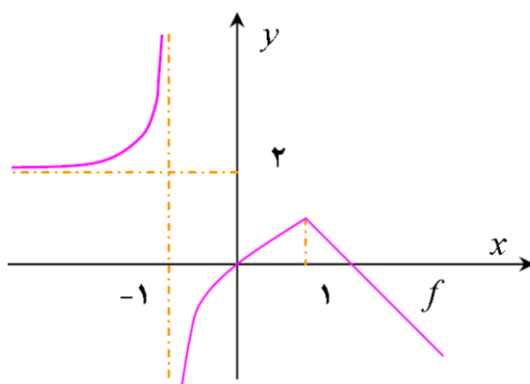
سوال ۱۳ : در شکل زیر، خط d بر نمودار تابع f در نقطه A مماس شده است. اگر $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 25$ با توجه به شکل، مختصات نقاط A و B و C را بیابید. (۱/۵ نمره)



سوال ۱۴ : با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ حدود زیر را به دست آورید؟ (۱/۵ نمره)

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$



نام :
نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : کلاس :

شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

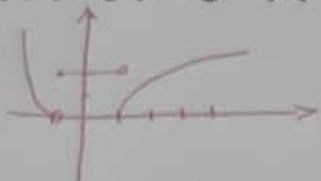
نام امتحان :



سوال ۱: نمودار تابع $y = 2(x-1)^2 + 1$ را رسم کنید. (۱ نمره)

x	y
-1	3
0	2
1	1
2	2
3	3

سوال ۲: نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ 2 & -1 \leq x < 1 \\ x^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$ را رسم کرده و بازه هایی که در آن صعودی و یا نزولی است را مشخص کنید. (۱/۵ نمره)



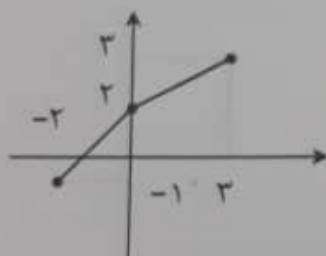
مهره $x \geq 1$
تحت $-1 < x < 1$
در $x < -1$

سوال ۳: دو تابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ را در نظر بگیرید. دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. (۱/۲۵ نمره)

$$D_{g \circ f} = \{x \in [2, \infty) \mid \sqrt{x-4} \in \mathbb{R} - \{1, -1\}\} = [2, \infty) - \{5\}$$

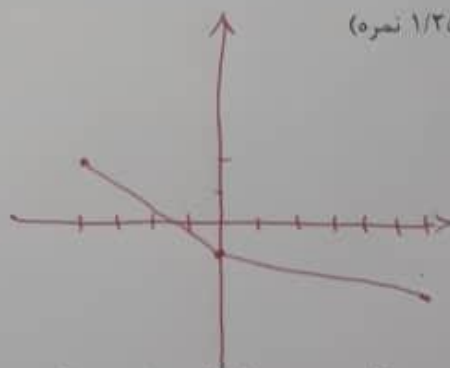
$x \neq 5$

سوال ۴: با استفاده از نمودار تابع f که در زیر داده شده است، نمودار تابع $y = -f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را مشخص نمایید. (۱/۲۵ نمره)



x	y
-2	-1
0	2
2	3

x	y
-2	2
0	-1
2	-2



سوال ۵: نشان دهید توابع $g(x) = 8 + x^2$ با دامنه $x \leq 0$ و $f(x) = -\sqrt{x-8}$ وارون هم می باشند. (۱/۲۵ نمره)

$$\begin{cases} f(g(x)) = -\sqrt{8+x^2-8} = -\sqrt{x^2} = -|x| = x, & x \leq 0 \\ g(f(x)) = 8 + (-\sqrt{x-8})^2 = 8 + (x-8) = x, & x \geq 8 \end{cases}$$

سوال ۶: ابتدا دامنه تابع $y = x^2 + 2x$ را محدود کنید تا به تابعی یک به یک تبدیل شود سپس ضابطه وارون آن را به همراه دامنه تابع تعیین کنید. (۱/۲۵ نمره)

$$x \geq -1 \Rightarrow D_{f^{-1}} = [-1, \infty)$$

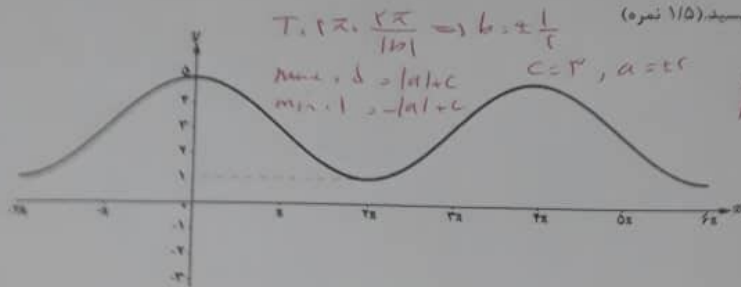
$$y = x^2 + 2x + 1 - 1 \Rightarrow y = (x+1)^2 - 1 \Rightarrow x+1 = \sqrt{y+1} \Rightarrow x = -1 + \sqrt{y+1}$$

$$f^{-1}(y) = -1 + \sqrt{y+1}, D_{f^{-1}} = [-1, \infty)$$

سوال ۷: دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -3 \cos(2\pi x) + 1$ را به دست آورید؟ (۱ نمره)

$$\max y = 3 + 1 = 4 \quad T = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

$$\min y = -3 + 1 = -2$$



۱ - $\cos^2 \theta = \sin^2 \theta$

سوال ۹: سینوس زاویه ۱۵ درجه را محاسبه کنید. (۱ نمره)

$\sin 15^\circ = 1 - \sqrt{\frac{1-\cos 30^\circ}{2}} \rightarrow \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$

سوال ۱۰: معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را حل کنید. (۱/۵ نمره)

$2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - \cos x = 0$
 $\cos x (2\cos x - 1) = 0$
 $\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$
 $\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

وال ۱۱: حاصل جذهای زیر را بیابید؟ (۳ نمره)

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - \sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x+1} = \frac{4}{3}$

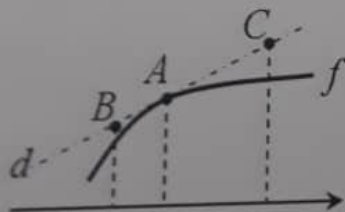
ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{[x] - 2}{x - 2} = \frac{-1}{0} = -\infty$

پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 2x + 1}{-2x + 2} = \frac{5}{-2} x = -\frac{5}{2} x \rightarrow -\infty$

۱۲: با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ را در $x = -1$ محاسبه کنید. (۱/۵ نمره)

$f'(-1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2(-1+h)^2 - 3(-1+h) + 1) - (2(-1)^2 - 3(-1) + 1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(-1+h)^2 - 3(-1+h) + 1 - (-1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(1-2h+h^2) + 3 - 3h + 1 - (-1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 - 4h + 2h^2 + 3 - 3h + 1 + 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{7 - 7h + 2h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (7 - 7 + 2h) = 2$

۱۳: در شکل زیر، خط d بر نمودار تابع f در نقطه A مماس شده است. اگر $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 25$ با توجه به مختصات نقاط A و B و C را بیابید. (۱/۵ نمره)



مماس است بر