

نام :
نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : کلاس :

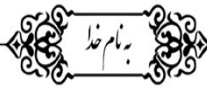
شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

نام امتحان :

ردیف	سؤالات	بارم
۱	نمودار تابع زیر را رسم کنید و بزرگترین بازه هایی که در آن تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} x-3 & x < -2 \\ 2 & -2 \leq x < 3 \\ -2x+4 & x \geq 3 \end{cases}$	۱/۲۵
۲	اگر $f = \{(2, 5), (3, -1), (1, 4), (5, 6)\}$ و $g = \{(4, -2), (-1, 5), (-2, 1), (5, 0)\}$ دو تابع باشند. تابع $(g \circ f)(x)$ را بدست آورید.	۰/۵
۳	اگر $f(x) = \sqrt{1-x}$ و $g(x) = \log(x-1)$ باشد دامنه تابع $(f \circ g)(x)$ با استفاده از تعریف بدست آورید.	۱
۴	اگر $f(x) = x^2 + 2x + 2$ باشد. تابع $g(x)$ را به گونه ای بیابید که $(f \circ g)(x) = x^2 - 4x + 5$	۱
۵	با استفاده از نمودار تابع f ، نمودارهای خواسته شده را رسم کنید. الف) $f(x) = 2f(x+1) - 1$ ب) $y = -f\left(\frac{x}{2}\right)$	۱
۶	با محدود کردن دامنه تابع $f(x) = x^2 - 2x + 3$ یک تابع یک به یک با بزرگترین دامنه بدست آورده و وارون آن را بنویسید و دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم کنید؟	۱/۵
۷	درستی یا نادرستی جملات زیر را بررسی کنید. الف) اگر $f(x) = [x]$ و $g(x) = \frac{x}{1-x}$ آنگاه $(f \circ g)(\sqrt{2}) = -3$ است. ب) اگر دامنه تابع $y=f(x)$ به صورت $[-2, 3]$ باشد طول بازه دامنه تابع $y = \frac{3}{4}f\left(\frac{3x-1}{2}\right) + 2$ برابر $\frac{10}{3}$ است. ج) اگر $f(x) = \frac{x}{8} - 3$ و $g(x) = x^3$ آنگاه از $(f^{-1} \circ g^{-1})(a) = 32$ نتیجه می شود $a=1$ است.	۱/۷۵
۸	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -2 + 3 \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ را بنویسید.	۰/۷۵



نام :

نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : کلاس :

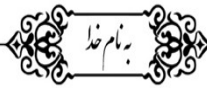
شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

نام امتحان :

۱/۵	ضابطه مثلثاتی مربوط به نمودار زیر را بنویسید.	۹
۱/۵	فرض کنید $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و α زاویه ی منفرجه باشد حاصل عبارت $\tan 2\alpha$ را بدست آورید.	۱۰
۱/۲۵	معادله مثلثاتی $2\sin^2 x = 3\cos x$ را حل کنید	۱۱
۰/۷۵	اگر باقیمانده تقسیم چند جمله ای $x^3 + kx^2 + 2$ بر $x - 2$ برابر با ۶ باشد k را تعیین کنید.	۱۲
۲/۵	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. (الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - \sqrt{x+6}}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$ (ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi^+}{2}} \tan x$ (د) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(x-1)(x-2)(4-x)}{2x^3 + 1}$	۱۳
۰/۷۵	اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x^2+ax+b} = -\infty$ مقادیر a و b را بیابید.	۱۴
۱	مقادیر a و b را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-2)x^3 + 2x^2 + 3}{bx^2 + 1} = 2$	۱۵
۱/۵	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^3 + 2x$ را در $x = -1$ بدست آورید.	۱۶



نام :

نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : کلاس :

شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

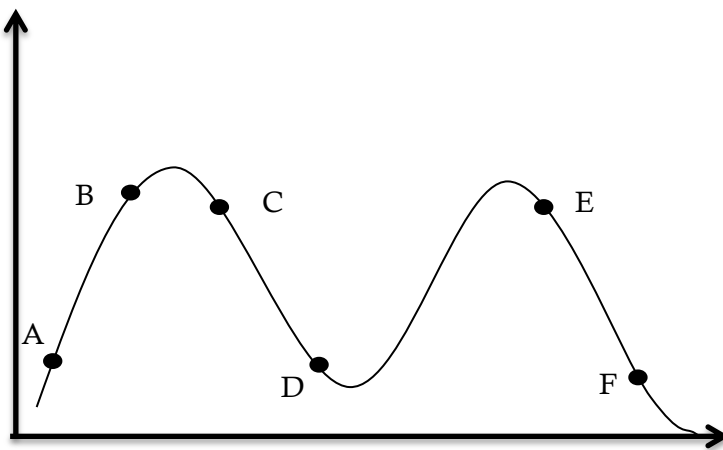
نام امتحان :

نقاط A, B, C, D, E, F را روی منحنی زیر در نظر می گیریم در مورد شیب منحنی در این نقاط کدام گزاره درست و کدام یک نادرست است؟ (شیب خط مماس بر منحنی در نقطه A را با m_A نمایش می دهیم)

الف) شیب منحنی در همه نقاط مثبت است.

ب) $m_A < m_B$ ج) $m_E < m_B < m_A$ د) شیب منحنی در نقاط F, D, C منفی استر) $m_F < m_D < m_C$ ز) $m_C < m_D < m_F < m_E < m_B < m_A$

۱/۵



۱۷

« موفق باشید »

نام :

نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : کلاس :

شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

نام امتحان :

راهنمای تصحیح

1. تابع دایره ای $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ را در نظر بگیرید. این دایره را با مرکز $(2, 1)$ و شعاع 1 می‌توانیم ترسیم کنیم. این دایره با محورهای مختصات در نقاط $(1, 1)$ و $(3, 1)$ برخورد می‌کند. همچنین این دایره با خط $y=0$ در نقاط $(1, 0)$ و $(3, 0)$ برخورد می‌کند. این دایره با خط $x=0$ در نقاط $(0, 1 \pm \sqrt{2})$ برخورد می‌کند. این دایره با خط $y=2$ در نقاط $(1, 2)$ و $(3, 2)$ برخورد می‌کند.

2. $g \circ f = \{ (1, 2), (2, 1) \}$

3. $f: x \leq 1$ و $g: x > 1$ (20)

$f \circ g = \{ x \in D_g \mid g(x) \in D_f \} = \{ x \mid \log_{10}(x-1) \leq 1 \} = (1, 11]$ (20)

4. $F(g(x)) = (g(x))^2 + 2g(x) + 2 = x^2 - 4x + 2 \Rightarrow (g(x)+1)^2 = (x-2)^2$ (20)

$\Rightarrow g(x)+1 = x-2 \Rightarrow g(x) = x-3$ (20)

$g(x)+1 = -x+2 \Rightarrow g(x) = -x+1$ (20)

5. رسم نمودار تابع $F(x) = (x-1)^2 + 2$ (20)

نمودار تابع $F(x) = (x-1)^2 + 2$ را در نظر بگیرید. این تابع یک سهمی است که رأس آن در $(1, 2)$ قرار دارد. این سهمی با محورهای مختصات در نقاط $(0, 3)$ و $(2, 3)$ برخورد می‌کند. این سهمی با خط $y=0$ در نقاط $(-1, 0)$ و $(3, 0)$ برخورد می‌کند. این سهمی با خط $x=0$ در نقاط $(0, 3)$ و $(0, 1)$ برخورد می‌کند. این سهمی با خط $y=2$ در نقاط $(1, 2)$ و $(3, 2)$ برخورد می‌کند.

6. $g = (x-1)^2 + 2 \Rightarrow (x-1)^2 = y-2 \Rightarrow x-1 = \pm \sqrt{y-2} \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{y-2}$ (20)

$\Rightarrow F^{-1}(y) = 1 \pm \sqrt{y-2}$ (20)

7. $y = x^2 - 4x + 2$ (20)

8. $y = x^2 - 4x + 2 \Rightarrow x^2 - 4x + 2 - y = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(2-y)}}{2} = 2 \pm \sqrt{2-y}$ (20)

9. $F^{-1}(y) = 2 \pm \sqrt{2-y}$ (20)

نام :

نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : کلاس :

شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

نام امتحان :

۷. الف. مازدشت ب. زرتشت ج. مانویست د. زروان

۸. در یک دایره $T = \frac{r}{\sin \theta} = \frac{r}{\frac{1}{2}} = 2r$ $\max = |a| + c = 1 + 1 = 2$ $\min = -|a| + c = -1 + 1 = 0$

۹. چون مرکز دایره نقطه اکسترم تابع z در دایره و در مرکز دایره است

۱۰. الف. $T = \frac{r}{\sin \theta}$ (۱۰) ب. $T = \frac{r}{\sin \theta} \Rightarrow r = T \sin \theta \Rightarrow |a| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$ (۱۰)

۱۱. $c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{2 + 0}{2} = 1$ (۱۰) $|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{2 - 0}{2} = 1$ (۱۰) $\alpha = \frac{1}{2}$ (۱۰)

۱۲. $d = a \cos b x + c \Rightarrow d = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 1$ (۱۰)

۱۳. $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱۰) $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{2}$ (۱۰)

۱۴. $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱۰) $\tan^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \tan \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ (۱۰)

۱۵. $2(1 - \cos^2 x) = 2 \cos^2 x \Rightarrow 2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x - 2 = 0$ (۱۰)

۱۶. $\Delta = 9 + 12 = 21$ $\cos x = \frac{-2 \pm \sqrt{21}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$ (۱۰) $\sin x = \frac{-2 \pm \sqrt{21}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$ (۱۰)

۱۷. $y = f(x) = y \Rightarrow 1 + 2k + y = y \Rightarrow 2k = -1 \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$ (۱۰)

۱۸. الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9)}{(x - 3)\sqrt{x + 7}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 3)\sqrt{x + 7}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x + 3)}{\sqrt{x + 7}} = \frac{6}{\sqrt{10}}$ (۱۰)

ب. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)}{(x - 2)} = \frac{0}{0}$ است پس

ج. وقتی x در دایره است $\frac{1}{x}$ تا به حد $\frac{1}{2}$ می رسد و برابری

د. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

۱۹. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

۲۰. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

۲۱. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

نام :
نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : کلاس :

نوبل

شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

نام امتحان :

۱۳ حد صریح است و برابر ۱- است ، برای آنکه حد تابع ۰ است و می توانیم با بدین طرح به ازای $x=2$ مندر
در دو طرف آن با مقدار بیشتر از عدد صریح نزدیک شود پس $x=2$ و به مقدار $(x-2)^2$ است و در
 $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 = x^2 + ax + b$ $\begin{cases} a = -4 \\ b = 4 \end{cases}$ $\begin{matrix} ۲۵ \\ ۲۵ \end{matrix}$

۱۴ چون حد برای عدد غیر صفر شده پس دو صورت دارد به شرح زیر است بنا بر این
 $a=2 \Rightarrow \boxed{a=2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{bx^2} = 2 \Rightarrow \frac{2}{b} = 2 \Rightarrow 2b=2 \Rightarrow \boxed{b=1}$ $\begin{matrix} ۲۵ \\ ۲۵ \end{matrix}$

۱۵ $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x^2 - x + 3)}{x - 1} = 5$ $\begin{matrix} ۲۵ \\ ۲۵ \end{matrix}$

۱۶

الف : نادرست	ب : نادرست
ج : درست	د : درست
ر : نادرست	ز : درست

۲۵