

نوبل

نام:

نام خانوادگی:

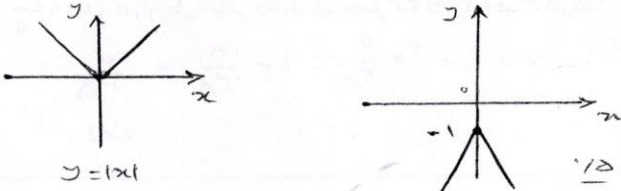
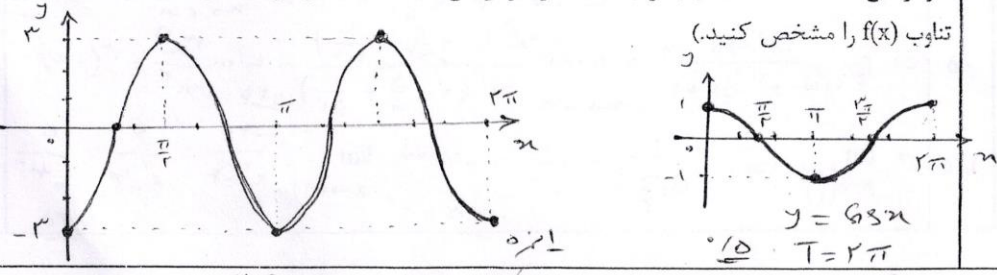
پایه تحصیلی: کلاس:

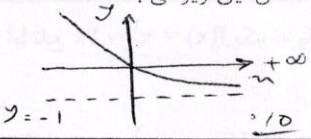
نام امتحان:

تاریخ امتحان:

مدت زمان امتحان:

شماره صندلی:

ردیف	سوالات	بارم
۱	الف) ابتدا نمودار تابع $f(x) = x $ را رسم نموده و سپس با استفاده از آن، نمودار تابع $g(x) = -2f(x) - 1$ را رسم کنید.  ب) مشخص کنید تابع $g(x)$ در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی می‌باشد؟ $\rightarrow [0, +\infty)$ نزولی ، $\rightarrow (-\infty, 0]$ صعودی	۱,۵
۲	اگر $f(x) = \frac{2}{x-1}$ و $g(x) = \frac{3}{x}$ باشند، دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را به دست آورید. $D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\}$ $D_g: x \neq 0, D_f: x \neq 1$ $\Rightarrow \{x \mid x \neq 0, \frac{3}{x} \neq 1\} = \mathbb{R} - \{0, 3\}$ $f(g(x)) = f(\frac{3}{x}) = \frac{2}{\frac{3}{x}-1} = \frac{2x}{3-x}$	۲
۳	الف) آیا تابع $f(x) = x^2 - 2x$ یک به یک است؟ $f(x_1) = x_1^2 - 2x_1 + 1 - 1 = (x_1 - 1)^2 - 1$ $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ $(x_1 - 1)^2 - 1 = (x_2 - 1)^2 - 1 \Rightarrow x_1 - 1 = \pm (x_2 - 1)$ ب) با در نظر گرفتن دامنه $[1, +\infty)$ برای تابع f ، ضابطه وارون آن را به دست آورید و دامنه و برد آن را تعیین کنید. $y = (x - 1)^2 - 1$ $(x - 1)^2 = y + 1$ $x - 1 = \pm \sqrt{y + 1} \xrightarrow{x \in [1, +\infty)}$ $x - 1 = \sqrt{y + 1} \rightarrow x = \sqrt{y + 1} + 1$ $y = \sqrt{x - 1} + 1$	۲
۴	نمودار تابع $f(x) = -3 \cos 2x$ را با استفاده از نمودار تابع $y = \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ رسم نمایید (دوره تناوب $f(x)$ را مشخص کنید).  $y = \cos x$ $T = 2\pi$ $y = -3 \cos 2x \rightarrow T = \pi$	۱,۵

ردیف	ادامه سوالات	بارم
۵	با توجه به $T = 3\pi$ و $\max = 3$ و $\min = -5$ ضابطه تابعی مثلثاتی (سینوسی یا کسینوسی) را بنویسید. $y = a \sin bx + c \rightarrow \begin{cases} \max = a + c = 3 \\ \min = - a + c = -5 \end{cases}$ $T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} \rightarrow b = \frac{1}{3}$ $a > 0 \rightarrow \begin{cases} a + c = 3 \\ -a + c = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = -1 \end{cases}$	۱,۲۵
۶	اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و α زاویه ای منفرجه باشد، حاصل $\cos 2\alpha$ را به دست آورید. $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \times \frac{9}{25} = 1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25}$	۱,۲۵
۷	معادله مثلثاتی $\sin x - \cos 2x = 0$ را حل کنید. $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \rightarrow a + c = b \rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$ $a = 2, b = 1, c = -1$	۱,۲۵
۸	مقدار $\sin 22,5^\circ$ را به دست آورید. $\cos 45^\circ = 1 - 2\sin^2 22,5^\circ$ $\frac{1}{2} = 1 - 2\sin^2 22,5^\circ \rightarrow 2\sin^2 22,5^\circ = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \sin^2 22,5^\circ = \frac{1}{4} \rightarrow \sin 22,5^\circ = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$	۱,۲۵
۹	رابطه $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ به چه معنا می باشد؟ نمودار تابعی را رسم کنید که شامل این ویژگی باشد.  با افزایش متغیر در تابع، مقدار تابع هر چه به عدد (-1) نزدیک و نزدیک تر می شود.	۱
۱۰	حاصل جدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\sqrt{x} - 2} = \frac{0}{0} \text{ HoP} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\frac{1}{\sqrt{x} - 2}} = \frac{16 - 8}{\frac{1}{\sqrt{8} - 2}} = \frac{8}{\frac{1}{2\sqrt{2} - 2}} = 8(2\sqrt{2} - 2) = 16\sqrt{2} - 16$ ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 5} = \frac{0}{0} \text{ HoP} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 5} = \frac{25 - 100 - 20 - 5}{25 - 5} = \frac{-100}{20} = -5$ پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1 + 3x^4}{1 - x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^4} + 3)}{x^4(\frac{1}{x^4} - 1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^4} + 3}{\frac{1}{x^4} - 1} = \frac{0 - 0 + 0 + 3}{0 - 1} = -3$ ت) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 6x^2 - x}{x^2 - 5x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5(2 - \frac{6}{x^3} - \frac{1}{x^4})}{x^2(1 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{6}{x^3} - \frac{1}{x^4}}{1 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}} = \frac{2}{1} = 2$ ج) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^-} \frac{-3x}{x^2 - 4} = \frac{9}{4 - 4} = \frac{9}{0^+} = +\infty$	۱,۷۵

ردیف	ادامه سوالات	بارم
۱۱	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 + 2x$ را در $x=2$ به دست آورید. $f'(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2} = \frac{0}{0} \quad \text{مهم} \quad ۰.۱۵$ $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+4)}{x-2} = 2+4 = 6 \quad ۰.۱۵$	۱
۱۲	معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{4x+1}$ را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید. $x_1 = 2 \xrightarrow{f(x)} y = \sqrt{9} = 3 \rightarrow A(2, 3)$ $y' = \frac{2}{2\sqrt{4x+1}} \xrightarrow{x=2} m = \frac{2}{2 \times 3} \rightarrow m = \frac{1}{3}$ $\begin{cases} y - y_A = m(x - x_A) \\ y - 3 = \frac{1}{3}(x - 2) \\ y = \frac{1}{3}x + \frac{8}{3} \end{cases} \quad ۰.۱۵$	۱
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نمی‌باشد) الف) $y = \frac{2x^2 - 6x}{\sqrt{x+1}}$ $y' = \frac{(4x - 6)(\sqrt{x+1}) - (\frac{1}{2\sqrt{x+1}})(2x^2 - 6x)}{(\sqrt{x+1})^2} \quad ۱.۵$ ب) $y = (2x^2 + 1)\left(-x^2 + 7x - \frac{1}{x}\right)$ $y' = (4x)\left(-x^2 + 7x - \frac{1}{x}\right) + (-2x + 7 + \frac{1}{x^2})(2x^2 + 1) \quad ۱.۵$	۱
۲۰	جمع	

موفق باشید

نوبل

نام:

نام خانوادگی:

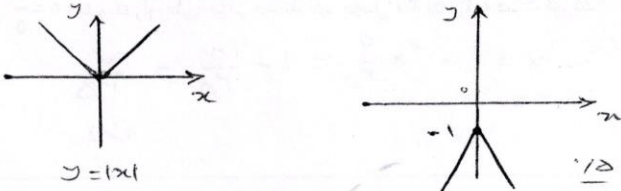
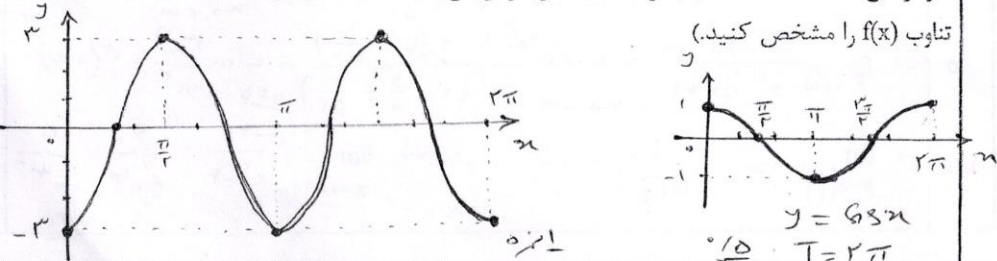
پایه تحصیلی: کلاس:

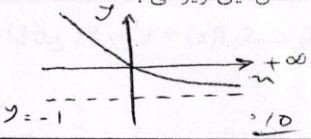
نام امتحان:

تاریخ امتحان:

مدت زمان امتحان:

شماره صندلی:

ردیف	سوالات	بارم
۱	الف) ابتدا نمودار تابع $f(x) = x $ را رسم نموده و سپس با استفاده از آن، نمودار تابع $g(x) = -2f(x) - 1$ را رسم کنید.  ب) مشخص کنید تابع $g(x)$ در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی می‌باشد؟ $\rightarrow [0, +\infty)$ نزولی ، $\rightarrow (-\infty, 0]$ صعودی	۱,۵
۲	اگر $f(x) = \frac{2}{x-1}$ و $g(x) = \frac{3}{x}$ باشند، دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را به دست آورید. $D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\}$ $D_g: x \neq 0, D_f: x \neq 1$ $\Rightarrow \{x \mid x \neq 0, \frac{3}{x} \neq 1\} = \mathbb{R} - \{0, 3\}$ $f(g(x)) = f(\frac{3}{x}) = \frac{2}{\frac{3}{x}-1} = \frac{2x}{3-x}$	۲
۳	الف) آیا تابع $f(x) = x^2 - 2x$ یک به یک است؟ $f(x_1) = x_1^2 - 2x_1 + 1 - 1 = (x_1 - 1)^2 - 1$ $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ $(x_1 - 1)^2 - 1 = (x_2 - 1)^2 - 1 \Rightarrow x_1 - 1 = \pm (x_2 - 1)$ ب) با در نظر گرفتن دامنه $[1, +\infty)$ برای تابع f ، ضابطه وارون آن را به دست آورید و دامنه و برد آن را تعیین کنید. $y = (x - 1)^2 - 1$ $(x - 1)^2 = y + 1$ $x - 1 = \pm \sqrt{y + 1} \xrightarrow{x \in [1, +\infty)} x - 1 = \sqrt{y + 1} \rightarrow x = \sqrt{y + 1} + 1$ $y = \sqrt{x - 1} + 1$	۲
۴	نمودار تابع $f(x) = -3 \cos 2x$ را با استفاده از نمودار تابع $y = \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ رسم نمایید (دوره تناوب $f(x)$ را مشخص کنید).  $y = \cos x$ $T = 2\pi$ $y = -3 \cos 2x \rightarrow T = \pi$	۱,۵

ردیف	ادامه سوالات	بارم
۵	با توجه به $T = 3\pi$ و $\max = 3$ و $\min = -5$ ضابطه تابعی مثلثاتی (سینوسی یا کسینوسی) را بنویسید. $y = a \sin bx + c \rightarrow \begin{cases} \max = a + c = 3 \\ \min = - a + c = -5 \end{cases}$ <u>نیزه</u> $T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} \xrightarrow{b>0} b = \frac{1}{3}$ <u>نیزه</u> $a > 0 \rightarrow \begin{cases} a + c = 3 \\ -a + c = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = -1 \end{cases}$	۱,۲۵
۶	اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و α زاویه ای منفرجه باشد، حاصل $\cos 2\alpha$ را به دست آورید. $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \times \frac{9}{25} = 1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25}$ <u>نیزه</u>	۱,۲۵
۷	معادله مثلثاتی $\sin x - \cos 2x = 0$ را حل کنید. $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \rightarrow a + c = b \rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$ <u>نیزه</u> $a=2, b=1, c=-1$	۱,۲۵
۸	مقدار $\sin 22,5^\circ$ را به دست آورید. $\cos 45^\circ = 1 - 2\sin^2 22,5^\circ$ <u>نیزه</u> $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow 1 - 2\sin^2 22,5^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow 2\sin^2 22,5^\circ = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \sin^2 22,5^\circ = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \rightarrow \sin 22,5^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$ <u>نیزه</u>	۱,۲۵
۹	رابطه $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ به چه معنا می باشد؟ نمودار تابعی را رسم کنید که شامل این ویژگی باشد. با افزایش متغیر در تابع، مقدار تابع هواره به عدد (-1) نزدیک و نزدیکتری شوند. 	۱
۱۰	حاصل جدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\sqrt{x} - 2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 8} \frac{2x - 8}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{16 - 8}{\frac{1}{4}} = \frac{8}{\frac{1}{4}} = 32$ <u>نیزه</u> ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 5} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 4x - 5}{2x} = \frac{75 - 20 - 5}{10} = \frac{50}{10} = 5$ <u>نیزه</u> پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1 + 3x^4}{1 - x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^4} + 3)}{-x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{-1} = -3$ <u>نیزه</u> ت) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 6x^2 - x}{x^2 - 5x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5(2 - \frac{6}{x^3} - \frac{1}{x^4})}{x^2(1 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{1} = 2(+\infty) = +\infty$ <u>نیزه</u> ج) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ <u>نیزه</u> $\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^-} \frac{-3x}{x^2 - 4} = \frac{9}{4 - 4} = \frac{9}{0^+} = +\infty$ <u>نیزه</u>	۱,۷۵

ردیف	ادامه سوالات	بارم
۱۱	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 + 2x$ را در $x=2$ به دست آورید. $f'(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2} = \frac{0}{0}$ $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+4)}{x-2} = 2+4 = 6$	۱
۱۲	معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{4x+1}$ را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید. $x_1 = 2 \rightarrow y = \sqrt{9} = 3 \rightarrow A(2, 3)$ $y' = \frac{2}{2\sqrt{4x+1}} \xrightarrow{x=2} m = \frac{2}{2 \times 3} \rightarrow m = \frac{1}{3}$ $\begin{cases} y - y_A = m(x - x_A) \\ y - 3 = \frac{1}{3}(x - 2) \\ y = \frac{1}{3}x + \frac{8}{3} \end{cases}$	۱
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نمی‌باشد) الف) $y = \frac{2x^2 - 6x}{\sqrt{x+1}}$ $y' = \frac{(4x - 6)(\sqrt{x+1}) - (\frac{1}{2\sqrt{x+1}})(2x^2 - 6x)}{(\sqrt{x+1})^2}$ ب) $y = (2x^2 + 1)\left(-x^2 + 7x - \frac{1}{x}\right)$ $y' = (4x)\left(-x^2 + 7x - \frac{1}{x}\right) + (-2x + 7 + \frac{1}{x^2})(2x^2 + 1)$	۱
۲۰	جمع	

موفق باشید