

نام :
نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : کلاس :

شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

نام امتحان :

- 1) مفاهیم زیر را تعریف کنید : (1 نمره)
الف) اصل
ب) استدلال استقرایی
- 2) مکان هندسی نقاطی در صفحه که از دو خط موازی به یک فاصله باشد را مشخص کنید : (0/5 نمره)
- 3) طول اقطار یک لوزی 6 و 8 می باشد. لوزی را رسم کنید: (1 نمره)
- 4) قضیه شرطی و عکس قضیه ی شرطی گزاره ی « در هر مستطیل قطر ها برابرند » را بنویسید. (0/5 نمره)
- 5) ثابت کنید نقطه ی D روی نیمساز زاویه ی XOY است اگر و تنها اگر فاصله ی D از دو ضلع زاویه یکسان باشد : (1/5 نمره)
- 6) قضیه ی ضلع برتر و عکس آن را ثابت کنید : (2 نمره)
- 7) قضیه ی حمار را ثابت کنید : (1/5 نمره)
- 8) ثابت کنید عمود منصف های مثلث هم رسند . (1 نمره)
- 9) عکس قضیه ی تالس را اثبات کنید : (1/5 نمره)
- 10) قضیه ی تالس در دوزنقه را اثبات کنید : (1/5 نمره)
- 11) در مثلث ABC ، AD نیمساز داخلی زاویه ی A می باشد. ثابت کنید : $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ (2 نمره)
- 12) ثابت کنید اگر دو مثلث متشابه باشند ، آنگاه نسبت تشابه با نسب ارتفاع های نظیر برابر است : (1/5 نمره)
- 13) ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ، ارتفاع وارد بر وتر ، واسطه هندسی بین قطعاتی است که روی وتر ایجاد میکند. (1/5 نمره)
- 14) در مثلث ABC ، AH ارتفاع و AM میانه ی وارد بر BC می باشند. ثابت کنید : $|AC^2 - AB^2| = 2MH \cdot BC$ (2 نمره)
- 15) در مثلث ABC ، $MN \parallel BC$ و M روی AB قرار دارد. اگر مساحت دوزنقه ی $MNCB$ هشت برابر مساحت مثلث AMN باشد نسبت $\frac{MB}{MA}$ را بدست آورید : (1 نمره)

نام :
نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : کلاس :

شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

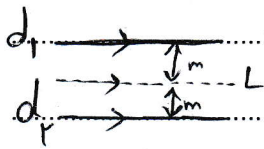
تاریخ امتحان :

نام امتحان :

پاسخنامه

ج ۱ الف) معادله حرکتی که درستی آنرا بردن اشیاء می پذیریم

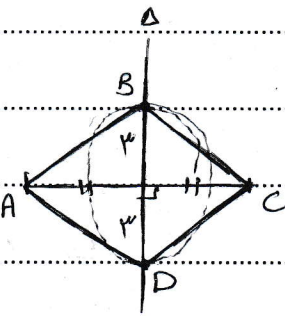
ب) فرض کنیم مسیری طی بر اساس حد تجربی و از جاس را استدلال استیغالی بکنیم



ج ۲ جواب مکان خدای : خط L وسط دو خط موازی d1 و d2 موازی با هم

ج ۳ ابتدا پاره خط B طول ۸ را در نظر می گیریم. سپس یک دایره نصف آن را رسم می کنیم. به مرکز دایره پاره خط و یک دایره نصف

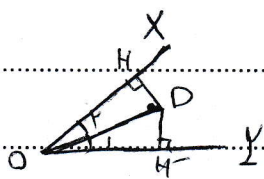
دایره ای به شعاع ۳ رسم می کنیم. با یک دایره نصف را در دو نقطه قطع کنید. این نقاط را به مرکز دایره اول و یک دایره نصف



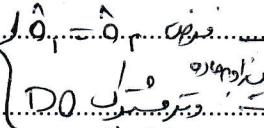
و یک دایره نصف، چهار دایره حاصل می شود.

ج ۴ سه صورت : اگر چهار دایره متساوی باشد. اینها به هم می رسند

عکس : اگر چهار دایره به هم می رسند. اینها به هم می رسند.

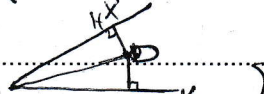


ج ۵ فرض D روی خط XY (که $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$) برهان : از D و O یک خط می کشیم
حکم $DH = DH'$

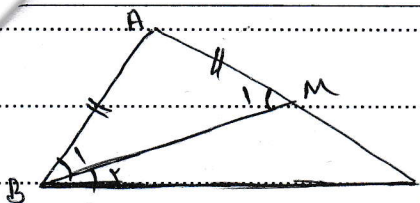


$$\triangle ODH \cong \triangle ODH' \Rightarrow DH = DH'$$

فرض $DH = DH'$ ، XY برهان : از D و O یک خط می کشیم
حکم $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$



$$\triangle ODH \cong \triangle ODH' \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$



برهان: از آنجا که $AB = AM$ و $AC = MC$ پس $\triangle ABC \cong \triangle AMC$ (ض. ض. ض.)
 پس $\angle B = \angle M$

در $\triangle ABC$ چون $AB < AC$ پس $\angle B > \angle C$ (۴.۵)

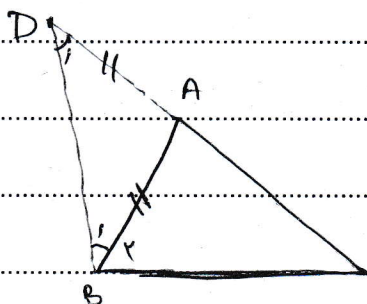
$AB = AM \Rightarrow \triangle ABM$ متساوی الساقین $\Rightarrow \angle B_1 = \angle M_1$

$\triangle BMC$: $\angle B_2 = \angle M_2 = \angle B_1 + \angle C \Rightarrow \angle M_1 > \angle C$
 $\angle B = \angle B_1 + \angle B_2 \Rightarrow \angle B > \angle M_1 \Rightarrow \angle B > \angle C$

برهان: اگر $AC \neq AB$ پس یکی از آن‌ها بزرگتر از دیگری است.

در $\triangle ABC$ چون $\angle B > \angle C$ پس $AC > AB$ (۴.۶)

$\{ \begin{aligned} AC = AB &\Rightarrow \triangle ABC \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow \angle B = \angle C \\ AC < AB &\Rightarrow \angle B < \angle C \end{aligned}$



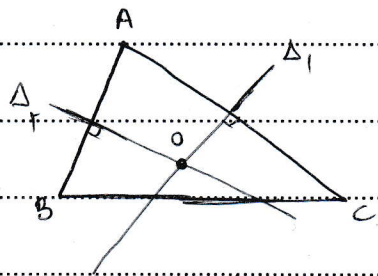
برهان: ضلع AC از طرف A خارج از AB امتداد دهیم تا D به طوری که $AD = AB$

در $\triangle ABC$ چون $AB + AC > BC$ (۴.۷)

$\triangle ABD$: $AD = AB \Rightarrow \triangle ABD$ متساوی الساقین $\Rightarrow \angle B_1 = \angle D$

$\triangle BMC$: $\angle B = \angle B_1 + \angle B_2 \Rightarrow \angle B > \angle B_1$
 $\angle B > \angle D \Rightarrow DC > BC$

$\Rightarrow DA + AC > BC \xrightarrow{+} AB + AC > BC$



برهان: ابتدا از وسطهای AC و AB عمود بر BC و AC رسم می‌کنیم. EF را به O وصل می‌کنیم.

در $\triangle ABC$ چون $AB + AC > BC$ (۴.۸)

$\triangle A_1O$ $\perp AC$ $\xrightarrow{\text{تثلیث قائمه‌الزاویه}} OA = OC$
 $\triangle B_1O$ $\perp AB$ $\xrightarrow{\text{تثلیث قائمه‌الزاویه}} OA = OB$
 $\Rightarrow OB = OC \Rightarrow O$ وسط BC است.

← مرکز ثقل G است.

نام :
نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : کلاس :

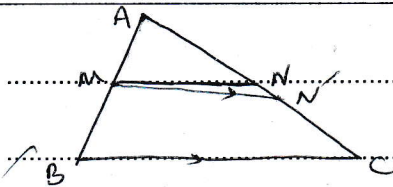
شماره صندلی :

مدت زمان امتحان :

تاریخ امتحان :

نام امتحان :

پاسخنامه

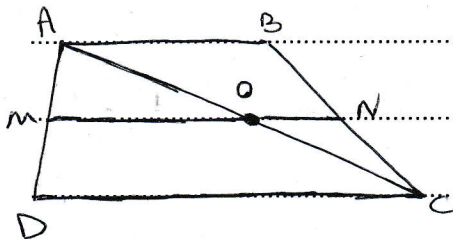


ج ۹. فرض کنیم $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ ، ΔABC فرض کنیم $MN \parallel BC$

برهان خلف : فرض می کنیم خط موازی $MN \parallel BC$ پس از اینجه M ، خط موازی BC رسم می کنیم

$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تثبیت}} \frac{AM}{MB} = \frac{AN'}{NC} \xrightarrow{\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}} \frac{AN}{NC} = \frac{AN'}{NC} \Rightarrow N \text{ و } N' \text{ بر هم منطبق هستند}$

چون N با N' بر هم منطبق هستند پس $MN \parallel BC$ است



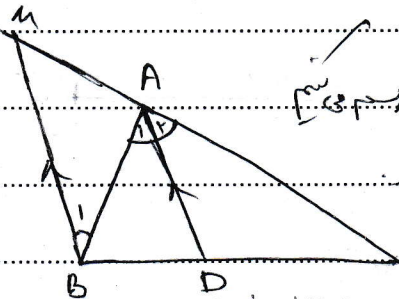
ج ۱۰. فرض کنیم $AB \parallel MN \parallel CD$ ، $ABCD$ فرض کنیم $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$

برهان : خط AC را رسم می کنیم MN را در O قطع کند

$\Delta ADC : MO \parallel DC \xrightarrow{\text{تثبیت}} \frac{AM}{MD} = \frac{AO}{OC}$

$\Delta ABC : NO \parallel AB \xrightarrow{\text{تثبیت}} \frac{BN}{NC} = \frac{AO}{OC}$

$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$

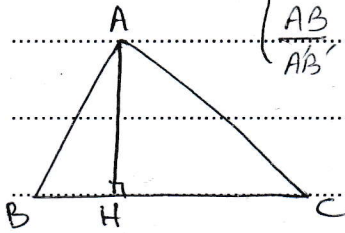


ج ۱۱. فرض کنیم AD ، ABC فرض کنیم $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$

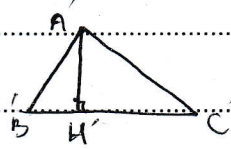
$\Delta ABC : BM \parallel AD \xrightarrow{\text{تثبیت}} \frac{AM}{AC} = \frac{BD}{DC} \quad (1)$

$\left. \begin{array}{l} BM \parallel AD \\ MC \text{ مشترک} \end{array} \right\} \hat{A}_2 = \hat{M} \quad \left. \begin{array}{l} BM \parallel AD \\ AB \text{ مشترک} \end{array} \right\} \hat{A}_1 = \hat{B}_1$
 $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{M} \Rightarrow \Delta MAB \text{ قائم الزامی} \Rightarrow MA = AB \quad (2) \quad (1) \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = \hat{A}' & \hat{B} = \hat{B}' & \hat{C} = \hat{C}' \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k \end{cases}$$



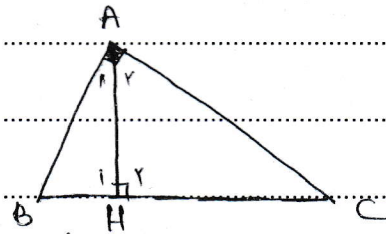
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k$$



$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow$$

$$\triangle ABH \sim \triangle A'B'H'$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} = k$$

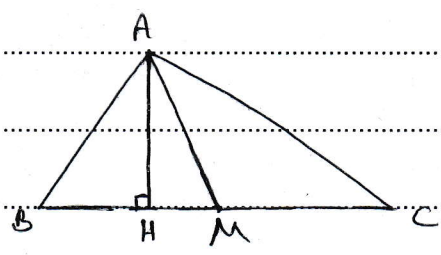


$$\begin{aligned} &\triangle ABH \sim \triangle A'B'H' \quad \hat{A} = 90^\circ \quad \triangle ABC \quad \text{و } \triangle ACH \\ &AH' = BH \cdot CH \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \hat{A}_1 + \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_r = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{B} = \hat{A}_r$$

$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{A}_r \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_r = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow$$

$$\triangle ABH \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{BH}{AH} = \frac{AH}{CH} \Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH$$



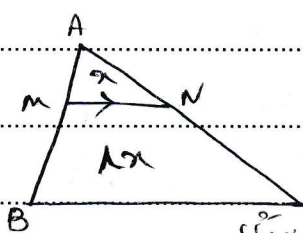
$$\begin{aligned} &\triangle ABH \sim \triangle ACH \quad \text{و } \triangle AMH \\ &|AC^2 - AB^2| = 4MH \cdot BC \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \triangle ACH: AC^2 = AH^2 + CH^2 \\ \triangle ABH: AB^2 = AH^2 + BH^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$AC^2 - AB^2 = CH^2 - BH^2$$

$$\Rightarrow AC^2 - AB^2 = (CH - BH)(CH + BH) \Rightarrow AC^2 - AB^2 = (CM + MH - BM + MH) \cdot BC$$

$$\Rightarrow |AC^2 - AB^2| = 4MH \cdot BC$$



$$\begin{aligned} &\text{و } MN \parallel BC \quad \triangle ABC \quad \text{و } \triangle AMN \\ &\frac{MB}{MA} = ? \end{aligned}$$

$$\triangle ABC: MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \sqrt{\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{2}{1}$$